

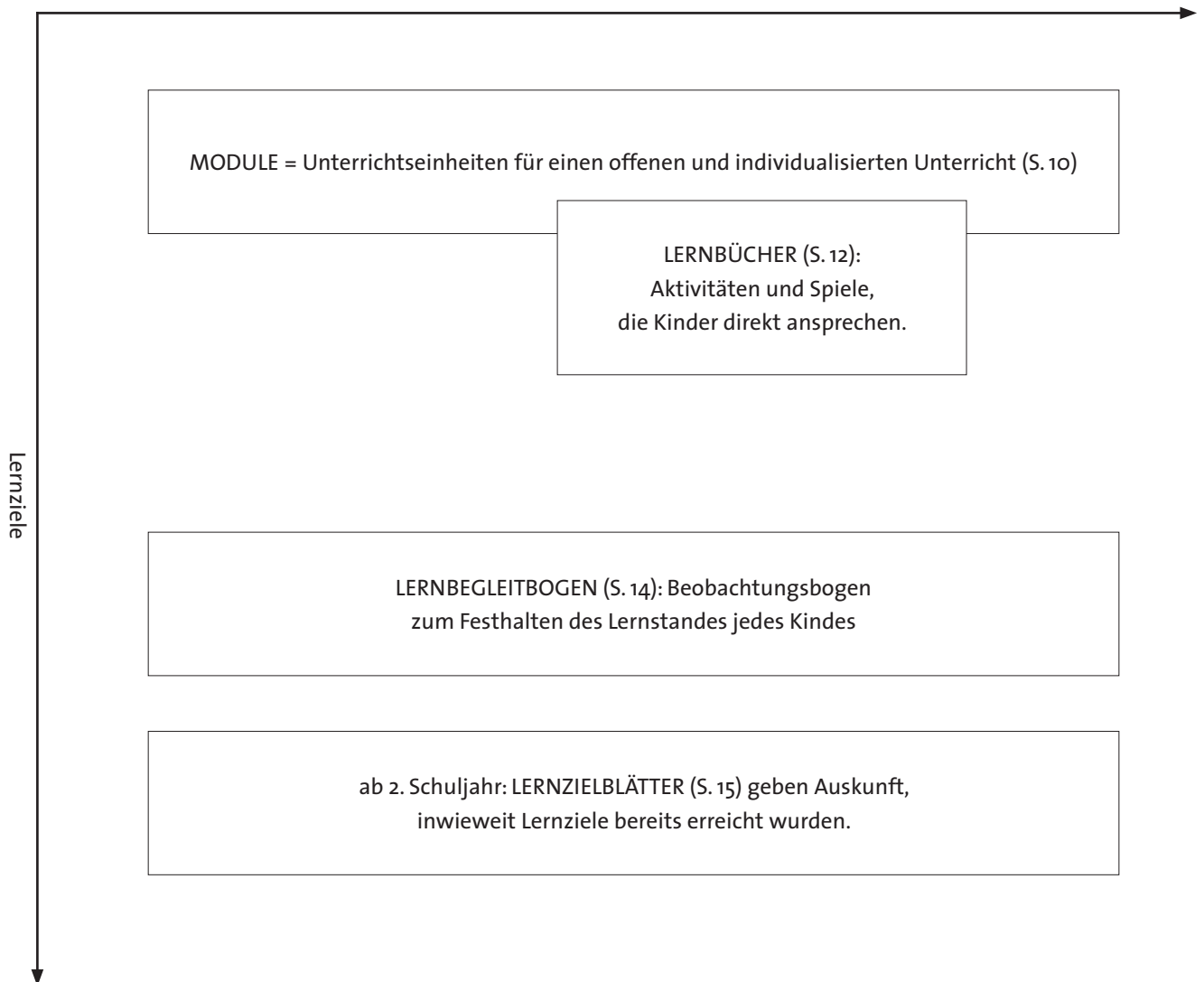
UNTERRICHTEN MIT DEM  
**ATLAS MATHEMATIK 3**

Peter Geering | Marianne Kunath

LERNBUCHVERLAG

## Das bietet der ATLAS MATHEMATIK:

In ETAPPEN (S. 9) durch das Schuljahr



## **Liebe Grundschullehrerin, lieber Grundschullehrer,**

Kinder kommen mit unterschiedlichen Voraussetzungen in die Schule. Vielfältig ist, was sie an Selbst-, Sozial- und Sachkompetenz mitbringen. Findet das Anerkennung, freut es die Kinder. Sie fühlen sich ernst genommen und sind motiviert, –etwas zu leisten.

Effizienter Unterricht nutzt vorhandene Kompetenzen. Er schafft dadurch Freiraum für Kinder und Lehrpersonen. Die Kinder können sich auf das konzentrieren, was für sie wirklich wichtig ist. Selbstständig arbeitende Kinder erleichtern es der Lehrperson, sich denjenigen zu widmen, die auf ihre Hilfe angewiesen sind.

Den Kindern Stück für Stück Verantwortung für ihren Lernweg zu übertragen erfordert Vertrauen in ihre Lernfähigkeit, Geduld, wenn sie langsamer lernen, als wir es möchten, und eine Unterrichtsorganisation, die auch in größeren Klassen den Überblick gewährleistet.

Unterricht mit dem ATLAS MATHEMATIK erlaubt den Kindern eigene Wege zu gehen. Der Lehrperson stellt der ATLAS MATHEMATIK organisatorische Hilfsmittel zur Verfügung, die ihr den Überblick verschaffen, wo sich die Kinder auf ihren individuellen Wegen befinden.

Der ATLAS MATHEMATIK enthält eine große Auswahl an Unterrichtsideen (MODULEN) für das gesamte Schuljahr. In der ETAPPENPLANUNG finden Sie einen Vorschlag, welche Module Sie in welcher Reihenfolge einsetzen können. Je nach den Bedürfnissen und den Interessen der Kinder können Sie davon abweichen. Zu jedem Modul und in jeder Etappe finden Sie dazu geeignete Differenzierungsvorschläge.

Zu den wichtigsten Lernzielen eines Schuljahres ist in den LERNBÜCHERN eine Auswahl von Modulen so aufbereitet, dass sie die Kinder direkt ansprechen. Die Leitideen hinter den Modulen, das selbstbestimmte, eigenständige Lernen, steht auch in den Lernbüchern immer an erster Stelle.

Die Kinder sollen Mathematik als einen wichtigen Bestandteil ihres Alltags erlernen und begreifen. Einerseits ist die Mathematik ein Werkzeug, das den Kindern die Welt erschließt. Andererseits entdecken sie innermathematische Strukturen von eigenem Reiz und eigener Schönheit.

Mit Werkzeugen wie dem LERNBEGLEITBOGEN und ab dem 2. Schuljahr den LERNZIELBLÄTTERN können Sie feststellen, ob alle Kinder auf dem richtigen Weg sind, ihre mathematischen Fähigkeiten weiterentwickeln und tragfähige Grundlagen für das Weiterlernen erwerben. So gewinnen Sie die nötige Sicherheit für eine kompetente Begleitung der Kinder.

Der ATLAS MATHEMATIK ermöglicht individualisierten Mathematikunterricht in anregender und entspannter Atmosphäre. Freuen Sie sich darauf!

# INHALT

Der ATLAS MATHEMATIK .....	5
Unterricht planen und gestalten mit dem ATLAS MATHEMATIK .....	9
Die Ziele des dritten Schuljahres .....	??
Lernmedien .....	??
Lesetipps .....	??

# Der ATLAS MATHEMATIK

## Kreativität im Mathematikunterricht

Kinder wollen sich die Welt erschließen. Dazu gehören Zahlen und Operationen ebenso wie Buchstaben und Bücher. Nach heutigem Lernverständnis ist Mathematik so individuell wie die Sprache: Jeder Mensch baut sie in sich auf. Übereinkünfte regeln und erleichtern den zwischenmenschlichen Austausch.

Die Welt „erschließen“ heißt nicht, sie neu zu erfinden. Was andere schon gefunden haben, wird wahrgenommen, verarbeitet und ins eigene Weltbild eingefügt. Was Kinder brauchen, das sind Anregungen und die Gelegenheit, sich mit ihnen auseinander zu setzen, sie zu verarbeiten und sie schließlich in den eigenen Wissensbestand einzubauen. Diese kreative Auseinandersetzung braucht Freiräume auf dem Papier und in der Zeit.

→ Kreatives Mathematik-Treiben braucht Anregungen, Raum und Zeit

Der ATLAS MATHEMATIK ist eine SAMMLUNG VON FRAGEN, die Leute aller Alters- und Leistungsstufen herausfordern können. Für Erwachsene, die sich mit Kindern darauf einlassen, ist die Herausforderung eine doppelte: einmal die Mathematik, die auch sie vor Fragen stellt, dann die Aufgabe, den Überlegungen der Kinder zu folgen.

Mit Kindern Mathematik zu treiben ist spannend. Auch einfache mathematische Fragen können herausfordern – und wie Kinder sie angehen erst recht.

In vielen Lehrwerken zur Mathematik wird das Lernen der Kinder vorgeplant. Der Grund dafür liegt in der irrigen Annahme, dass der logische Aufbau der Mathematik gar nichts anderes zulasse, oder der ebenso falschen Unterstellung, dass freies Lernen in der Mathematik die Kinder überfordere (wo doch so viele Erwachsene mit ihr nicht klarkommen ...). Die leidige Tatsache, dass viele Erwachsene mit unguuten Gefühlen auf ihre (Schul-)Mathematik-Karriere zurückblicken, liegt aber weniger an der Mathematik als an einem Unterricht, der Kindern nichts zutraut und ihnen deshalb ohne Rücksicht auf ihr Vorwissen und ihr Denken eine fertige, von Erwachsenen vorgedachte

Mathematik überstülpt. Wie Kinder denken und wozu sie fähig sind zeigt das spannend geschriebene Buch von SPIEGEL und SELTER (2003):

*Kinder denken anders, als wir Erwachsene denken, anders, als wir es vermuten, und anders, als wir es gerne hätten.*

## Mathematikunterricht heute

Der Auftrag des Mathematikunterrichts hat sich gewandelt. Durch die Verbreitung der elektronischen Rechengenäte hat der frühere Schwerpunkt, die Kulturtechnik „Rechnen“, an Bedeutung verloren. „Mathematische Grundbildung“ ist als Hauptziel an ihre Stelle getreten.

Nach PISA bedeutet mathematische Grundbildung: „Der Mathematikunterricht sollte anstreben, die folgenden drei Grunderfahrungen zu ermöglichen:

- Erscheinungen der Welt um uns, die uns alle angehen oder angehen sollten, aus Natur, Gesellschaft und Kultur, in einer spezifischen Art wahrzunehmen und zu verstehen,
- mathematische Gegenstände und Sachverhalte, repräsentiert in Sprache, Symbolen, Bildern und Formeln, als geistige Schöpfungen, als eine geordnete Welt eigener Art kennen zu lernen und zu begreifen,
- in der Auseinandersetzung mit Aufgaben Problemlösefähigkeiten, die über die Mathematik hinausgehen, zu erwerben.“

Grundsätzlich gewandelt haben sich nicht nur die Ziele, sondern auch die Vorstellungen darüber, was „Mathematik“ in der Schule bedeuten soll, und die Art, wie man Mathematik lernt. Mathematische Grundbildung und Rechenfertigkeit sind keine Gegensätze. Die erste schließt die zweite ein. Grundbildung basiert auf Einsicht. Aber auch Fertigkeiten sind einsichtig und vernetzt leichter zu erwerben und zu erhalten.

→ Effizientes Lernen ist einsichtig und vernetzt.

## Kreative Aktivitäten und Spiele

Entsprechend den Zielen und den heutigen Erkenntnissen bezüglich des Lernens enthält der ATLAS MATHEMATIK:

- **AKTIVITÄTEN** zur Entwicklung von **ERKENNTNISSEN UND VORSTELLUNGEN**.  
Kennzeichen: Anregungen zur Auseinandersetzung mit Fragen und zu kreativen Tätigkeiten, die „Lernspuren“ hinterlassen.
- **TRAININGSEINHEITEN FÜR FERTIGKEITEN**.  
Kennzeichen: Beliebige Wiederholbarkeit, oft in Spielform.

### Beispiel einer Aktivität

## Wie viele Stockwerke hat dein größter Minusturm?

58

1. Nimm eine dreistellige Zahl mit unterschiedlichen Ziffern und bilde aus diesen Ziffern die größte und die kleinste Zahl. Subtrahiere die kleinere von der größeren Zahl. Mache mit der erhaltenen Differenz wieder dasselbe, so oft es geht.

Beispiele:  
Die größte Zahl aus denselben Ziffern minus die kleinste Zahl aus denselben Ziffern ergibt die Differenz

Mit der Differenz wieder dasselbe gemacht ...

... und so weiter ...

... und so weiter ...

825	465
852	654
-258	-456
594	198
954	981
-459	-189
495	792
	972
	-279

2. Nimm verschiedene dreistellige Zahlen und berechne ihre Türme. Was fällt dir auf?
3. Suche nach Zahlen, die verschieden große Türme ergeben.
4. Mit welchen Zahlen bekommst du die höchsten Türme?

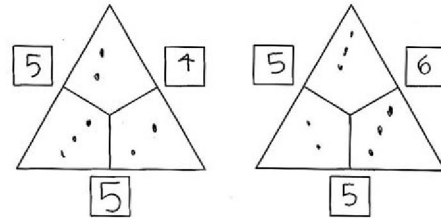
5. Warum ist das so? Wie kannst du dir das erklären?
6. Rechne wie oben mit vierstelligen Zahlen. Was findest du?

### Lernbuch 3 ICH KANN MATHEMATIK, Seite 58

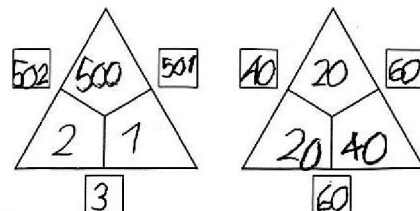
In der Klasse starten die Kinder gemeinsam, indem sie mit einem Spielwürfel Zahlen erzeugen und entsprechend Plättchen in die Felder eines Rechendreiecks legen. Dann werden durch Zusammenschieben der Plättchen auf den drei Seiten die Summen gebildet und in die Kästchen außen notiert. Die nachfolgende individuelle Arbeit verläuft dann unterschiedlich:

Marc setzt sich mit diesem Vorgang auseinander, benötigt längere Zeit ein großes Dreieck und löst sich allmählich von den Plättchen. Dann erst geht er zur Vorlage des Lernbuchs

über und füllt davon einige Seiten, immer noch mit Würfelzahlen.

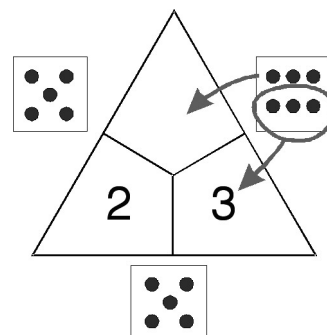


Sara braucht keine Würfel. Sie schreibt Zahlen in die Drei-ecke, rechnet und experimentiert bald ohne Hilfsmittel mit großen Zahlen.



Die Beispiele zeigen, wie weit die Bedürfnisse der Kinder in einer Klasse auseinandergehen können. Marc rechnet so lange mit den einfachen Zahlen, bis er sich sicher fühlt und den Übergang zu größeren Zahlen – den er bei anderen schon gesehen hat – selbst wagt und vollzieht. Wird er dazu gedrängt, nötigt man ihn zu einem Entwicklungsschritt, zu dem er noch nicht bereit ist, unterbricht seine Entwicklung und untergräbt seine Selbstsicherheit. Sara ihrerseits kann mit den offenen Aufgaben zeigen, wozu sie fähig ist. Das animiert sie, es mit größeren Zahlen zu versuchen. Müsste sie bei den einfachen, auf Marc zugeschnittenen Aufgaben bleiben, würde sie diese bald als langweilig empfinden und sich zumindest innerlich vom Geschehen in der Klasse abmelden.

Als Fortsetzung werden aus fertigen Rechendreiecken „Rätsel“ erzeugt. Zuerst wieder in der Klasse: Ein Kind wird vor die Tür geschickt und in einem ausgefüllten Rechendreieck wird eine innere Zahl abgedeckt. „Was stand da?“, muss das wieder in die Klasse kommende Kind erraten.



Aus der Additions- wird eine Subtraktionsaufgabe. Wenn nötig, kann auch sie wieder mit Plättchen oder Knöpfen gelegt und handelnd vollzogen werden (im Bild auf S. 6 skizziert).

Die Weiterarbeit erfolgt wieder individuell: Aus den gefüllten Dreiecken werden Zahlen entfernt, zuerst eine, dann zwei, dann drei. Wie viele müssen stehen bleiben? Wie viele darf man einfach vorgeben? Wie findet man die Lösung, wenn nur äußere Zahlen vorgegeben sind? Kann man auch die äußeren Zahlen beliebig wählen?

Aus einer einfachen Additionsaufgabe, die mit Hilfe von Plättchen oder Knöpfen gelöst werden kann, wird so ein ganzer Korb von Knacknüssen – auch für Erwachsene.



Selbstverständlich wird bei der Arbeit mit den Rechendreiecken auch das Addieren und Subtrahieren geübt. Im Zentrum steht aber nicht die Rechenfertigkeit, sondern die Auseinandersetzung mit den beiden Operationen: Addieren als Zusammenfügen, Subtrahieren als Wegnehmen, Zerlegen, Ergänzen, beide zusammen als Umkehrungen.

➔ Im Zentrum der Aktivitäten steht die Auseinandersetzung.

Um Zusammenhänge zu erfassen, brauchen Kinder wie Marc noch Zeit. Im Klassenverband kann Marc bei oberflächlicher Beobachtung und im Vergleich mit Kindern wie Sara schnell einmal als „schwer von Begriff“, „langsam“ oder gar „schwach“ erscheinen. Doch liegen beim Schuleintritt die Kinder in ihrer Entwicklung bis zu mehreren Jahren auseinander und auch in späteren Jahrgangsklassen sind die Unterschiede noch sehr groß. Deshalb kann aus der Tatsache, dass Marc noch Zeit braucht, nicht auf sein Potential geschlossen werden. Nur positive Beobachtungen lassen zuverlässige Schlüsse auf das Potential eines Kindes zu.

➔ Aktivitäten und produktive Übungen aus dem ATLAS MATHEMATIK erleichtern Beobachtungen über den Lernstand der Kinder. Die Übungen lassen sich dem Lernstand des Kindes auf einfache Weise anpassen.

### Beispiel einer Trainingseinheit

Zahlenkarten bis 100, Tausender-Album

## Wie groß ist der Unterschied?

57

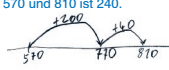
81

570

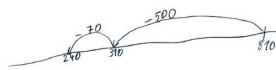
810

Mische deine Zahlenkarten und ziehe zwei davon. Schreibe beide Zahlen in dein Heft und setze je eine Null dahinter. Wie kannst du den Unterschied zwischen den beiden Zahlen bestimmen?

**Erste Variante: Zählen in Schritten**  
Wie viele Zehner- und Hunderterschritte liegen zwischen den beiden Zahlen? Du kannst die Schritte im Kopf machen oder im Tausender-Album.  
**Beispiel:** Von 570 bis 810 sind es 2 Hundert- und 4 Zehnerschritte.  
 $570 + 200 + 40 = 810$   
Der Unterschied zwischen 570 und 810 ist 240.



**Zweite Variante: Subtrahieren**  
Du subtrahierst die kleinere von der größeren Zahl, mit Schritten im Kopf oder im Tausender-Album.  
**Beispiel:**  $810 - 570 = 240$



1. Es gibt noch weitere Varianten. Welche ist deine?
2. In welchen Schritten zählst oder rechnest du?

#### Lernbuch 3 ICH KANN MATHEMATIK, Seite 50

Für das Spiel „Kartenpaare“ werden Spielkarten gemischt und auf zwei Stapel verteilt. Die Mitspielenden nehmen von jedem Stapel eine Karte und legen das Paar vor sich hin. Wer die größte Summe hat, erhält alle Karten der Runde. Bei gleichen größten Summen bleiben die Karten liegen und werden zur nächsten Runde geschlagen. Ist einer der beiden Stapel aufgebraucht, zählen alle ihre Karten. Es gewinnt, wer am meisten Karten sammeln konnte.

Das Spiel wird in der Klasse mit Karten für die Zahlen 1 bis 4 (As, 2, 3, 4) eingeführt. Sind die Spielregeln geklärt, spielen die Kinder paarweise oder zu dritt.

Die Auswahl der Karten kann der wachsenden Fertigkeit der Kinder angepasst werden: Wenn das Spiel mit den Zahlen bis 4 gut läuft, kommt die 5 dazu, später größere Zahlen. Werden mehrere Sets zusammengelegt, führt das Auszählen der Karten am Schluss zu höheren Zahlen.

Das Spiel macht erst dann richtig Spaß, wenn es schnell und mühelos läuft. Das geht am besten, wenn sich etwa gleich starke Partner zusammen tun und nur Karten wählen, deren Summen sie kennen. Auch wenn die Wahl der Karten den Kindern überlassen werden kann, ist doch darauf zu achten, dass sie erst zu größeren Zahlen übergehen, wenn die Summen der kleineren Zahlen geläufig sind und nicht mehr abgezählt werden.

Das Beobachten der Spielenden kann Hinweise darauf geben, welche Arten von Zahlenkarten für einzelne am

nützlichsten sind. Welchen Kartentyp wählen sie spontan? Wie erkennen sie die Zahlen? Wie rechnen sie? Karten mit Punktbildern trainieren das Erkennen dieser Bilder, haben aber den Nachteil, dass sie zählendes Rechnen erleichtern. Ziffernkarten animieren weniger zum zählenden Rechnen, lassen es aber auch weniger gut beobachten. Skatkarten zeigen Zahlbilder und Ziffern, sind preiswert, einfach zu beschaffen (auch für zu Hause) und vermitteln das Gefühl, zu spielen „wie die Großen“.

→ Das Ziel der Trainingseinheiten ist Sicherheit.

Sicherheit wird erreicht, wenn von einer sicheren Basis aus (Zahlen 1–4) der Zahlenbereich langsam erweitert und immer wieder gefestigt wird.

Spielformen an Stelle der üblichen „Einweg-Arbeitsblätter“ bieten viele Vorteile:

- Im Spiel wird eine Aufgabe mit großer Häufigkeit ausgeführt. Das Spiel als Ganzes kann beliebig oft wiederholt werden, auch in späteren Schuljahren. Je einfacher und bekannter das Spiel ist, desto besser geht das. Das ist wichtig, weil Fertigkeiten ohne anhaltendes Üben wieder verloren gehen.
- Spiele benötigen keine mathematikfremde Verpackung zur Motivation. Die Kinder können im Spiel ihr wachsendes Können erkennen – das ist Motivation genug. Die originelle Gestaltung und Garnitur von Arbeitsblättern ist für Schwächere oft ein Lernhinder- nis.
- Spiele lassen sich im Schwierigkeitsgrad leicht den Bedürfnissen der Lernenden anpassen und allmäh- lich steigern. Die Anpassung und Steigerung kann von den Lernenden selbst vorgenommen werden.

(Bei den „Kartenpaaren“ geschieht das durch die Auswahl der Zahlenkarten und des entsprechenden Zahlenraums.)

- Spiele motivieren zur gegenseitigen Kontrolle – was die Intensität der Rechen-tätigkeit natürlich erhöht.
- Spiele geben den Kindern Gelegenheit, bei den Spielregeln ihre Kreativität zu zeigen, indem sie diese autonom ändern oder selbst welche neu erfinden.
- Spiele kommen meist ohne schriftliche Aufzeichnung aus. Das erschwert den Überblick über den Stand der Klasse. Es ist deshalb sinnvoll, die Kinder ab und zu ihre Spielrunden protokollieren zu lassen. Damit wird auch das Schreiben und Darstellen von Rechnungen geübt.

Es gibt Kinder, die Rechenpäckchen aus Büchern oder auf Arbeitsblättern sehr gerne bearbeiten. Andere möchten das hie und da auch einmal versuchen. Das ist durchaus positiv zu werten. Man muss den Kindern dazu die Gele- genheit geben und entsprechende Aufgaben zur Verfü- gung stellen.

Eine sinnvolle und kreative Variante zu Rechenpäckchen zu kommen besteht darin, dass die Kinder selbst welche zusammentragen und austauschen. Anregungen dazu finden sie im ATLAS MATHEMATIK an verschiedenen Or- ten.

→ In guten Lernspielen kommt der sich wiederholende Charakter eines Fertigkeitstrainings besser zum Ausdruck als in Aufgabenserien. Einfachste Spielformen trainieren sehr effizient und sind praktisch kostenlos.

# Unterricht planen und gestalten mit dem ATLAS MATHEMATIK

## In Etappen durch das Schuljahr

In der im ATLAS MATHEMATIK vorgeschlagenen Unterrichtsplanung sind die Schuljahre in ETAPPEN gegliedert. Neben den Etappen gibt es noch so genannte THEMEN aus dem Bereich der Größen, an denen über das Schuljahr verteilt gearbeitet wird, z. B. in Kombination mit anderen Fächern.

Da die arithmetischen Fertigkeiten immer wieder gepflegt werden müssen, ist es sinnvoll dafür regelmäßig Zeit zu reservieren, beispielsweise jeden Tag einmal nach der Pause eine kurze Übung. Unter FITNESS sind dazu Übungen und Spiele zusammengestellt.

Abweichungen in der Reihenfolge der Etappen, die sich aus Fragen oder Aktivitäten der Kinder ergeben, sind möglich. Sie werden von der Fachlogik automatisch wie-

Etappen			Fitness	Größen	Zuordnungen (Tabellen)
			F	T <sub>1</sub>	T <sub>2</sub>
Mit großen Zahlen zählen und rechnen	E1	große Zahlen lesen und schreiben			
	E2	ordnen, bündeln		Geld	
	E3	Zehner und Hunderter addieren und subtrahieren	x	Zeit	Tabellen
	E4	große Zahlen multiplizieren und dividieren	x	Zeit	Tabellen
Addieren und subtrahieren auf Papier	E5	schrittweise addieren	x		
	E6	mit Längenmaßen umgehen		Längen	Tabellen
	E7	schrittweise subtrahieren	x		
	E8	mit Gewichten umgehen		Gewichte	Tabellen
Multiplizieren und dividieren auf Papier	E9	schrittweise multiplizieren	x		
	E10	schrittweise dividieren	x		
	E11	Operationen anwenden	x	Geld	Tabellen
Zeichnen, bauen und gestalten	E12	Figuren zeichnen		Längen	Muster
	E13	bauen und beschreiben			

der korrigiert: Fehlen Voraussetzungen, ist das eine Motivation, diese nachzuholen. Kommt etwas zu früh und die Kinder sind überfordert, verlieren sie rasch ihr Interesse und kehren gerne auf den „Normalpfad“ zurück. Haben sie etwas wieder vergessen, wird es nochmals neu thematisiert. Zeit dafür ist genug.

Aus der Anzahl der Etappen lässt sich eine durchschnittliche zeitliche Dauer von etwa zwei Wochen errechnen. Wie lange die einzelnen Etappen aber bearbeitet werden sollen, hängt von der Klasse ab.

Zum Einstieg in eine Etappe sollte man den Kindern Gelegenheit geben zu zeigen, was sie mitbringen. Erst wenn man das weiß, können sie mit Fragen und Antworten richtig herausgefordert werden.

Bringen die Kinder viel mit, gewinnt man entsprechend Zeit, um auf ihre Ideen einzugehen, sich auf Experimente mit ihnen einzulassen. Bringt die Mehrheit der Kinder nur wenig mit, konzentriert man sich auf das Grundlegende und hat so reichlich Zeit dafür. Mit Drängen kann man die Entwicklung der Kinder nicht beschleunigen, man kann nur das Angebot ihren Bedürfnissen anpassen.


## Module: Bausteine für das Lernen

Zu jeder Etappe gehört ein Angebot von Modulen (Unterrichtseinheiten), das alle Ziele der Etappe abdeckt. Jedes Modul geht von einer Frage aus, mit der die Lernenden direkt angesprochen werden.

Wenn möglich und sinnvoll sind auf allen Modulkarten Hinweise zur inneren Differenzierung aufgeführt: Hilfen für über- und Erweiterungen für unterforderte Kinder.

Zunächst biete ich allen Kindern in meiner Klasse dieselben Module an. Schon bald zeigt sich jeweils, welche Kenntnisse – auch im Lesen und Schreiben – die Kinder mitbringen, wo ihre Interessen sind, was sie erwarten, worauf sie sich freuen, wovor sie Angst haben.

Wenn die Kinder ihre Umgebung kennen gelernt haben, mit dem Material vertraut sind und erste Erfahrungen in der Zusammenarbeit mit den anderen Kindern gemacht haben, kann ich einzelne Module auch Gruppen, Partnerkindern oder einzelnen Kindern anbieten. Die Kinder können dann Spiele oder Aufgaben, die sie gemacht haben, an andere weitergeben. Sie tun das gern, wenn die Aufgabe, das Spiel, ihnen gefallen hat. Sie lernen dabei, indem sie ihren eigenen Lernprozess nachvollziehen und sich verständlich ausdrücken müssen.



### Bündelnd zählen

M0299

**FRAGE**  
Wie viele Streichhölzer sind es?


**ZIEL**  
Anzahlen bis 1000 bündelnd erfassen

**MATERIAL**  
Knöpfe, Plättchen, Säckchen, Stellentafel, Streichhölzer, zählbare Gegenstände

**Beschreibung**  
Schon früher haben die Kinder bündelnd gezählt. In diesem Modul geht es darum, die Vorteile der Zehnerbündelung im Zusammenhang mit der Stellentafel erleben zu lassen.  
Der Begriff „Bündeln“ wird vom effektiven Bündeln der Streichhölzer übertragen auf allgemein gruppierendes Zählen.  
Aktivitäten in der Klasse  
Die Kinder werden durch vielfältiges zählbares Material (selber mitbringen lassen) zum Schätzen und Zählen angeregt.  
Beispiele: Spielkarten, Bohnen, Muscheln, Knöpfe, Münzen, getrocknete Beeren, Nüsse usw.

**Differenzierung**  
Wer hat noch keine gesicherte Vorstellung von Anzahlen?  
Das Erfassen von größeren Mengen setzt eine solide Vorstellung von kleineren Anzahlen voraus. Das bündelnde Zählen gibt Gelegenheit, sich auch mit kleineren Zahlen zu befassen, z. B. beim Abzählen von Bohnen immer direkt 5 Bohnen zu greifen.  
Nicht direkt bündelbares Material kann in Säckchen abgefüllt werden: Zehner-, Hunderter- und Tausendersäcke.

**ERWEITERUNG**  
Der Zahlenraum ist offen. Die Kinder suchen selbstständig nach Beispielen von größeren Mengen, die sie zahlenmäßig erfassen können, und stellen diese für die anderen dar.

T	H	Z	E
			

**Einordnung**

Abiage	Zahlen
	Maß
Schuljahre	3
Sozialformen	EA PA
Zeitaufwand	länger, Lektion
Modultyp	A B
Anforderungen	grundlegend erweitert

**Stichwörter**  
bündeln, Bündelung, Dezimalsystem, Einer, Hunderter, Rechenbrett, schätzen, Stellentafel, Tausender, Zehner

**Literatur**  
Rödler, K.: Rechnen bis 1000 auf dem römischen Rechenbrett. In: Grundsichule Mathematik, 1/2004, S.25-27.  
Hölzel, B.: Plättchen in der Stellentafel. In: Grundsichule Mathematik, 1/2004, S.28-33.

Lernbuch 3, Seiten 24/25

### Modulkarte Bündelnd zählen aus Etappe 1 „Große Zahlen lesen und schreiben“

## Etappenziele erreichen: Etappenkommentar und Etappenplan

Für die permanente Beobachtung und Standortbestimmung der Kinder im Hinblick auf das Erreichen der Lernziele bietet der ATLAS MATHEMATIK zu jeder Etappe zwei Hilfsmittel: den Etappenkommentar und den Etappenplan.

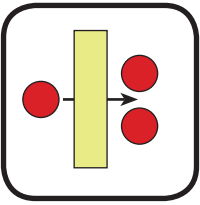

Der ETAPPENKOMMENTAR beschreibt, worum es in der Etappe geht. Er geht aus von der Perspektive der Lernenden (wie berührt sie das Thema der Etappe?), enthält die Ziele der Etappe und schließlich Hinweise für die Lehrperson (s. auch Abb. auf S. 11).

Im ETAPPENPLAN findet man zu jeder Etappe eine Übersicht über die zugehörigen Module (s. Abb. auf S. 12).

Neben dem benötigten Material, der Sozialform, dem Modultyp und dem Anforderungsniveau ist zu jedem Modul das wichtigste Lernziel (z. B. „Anzahlen bis 1000 bündelnd erfassen“) und die den Lernprozess anregende Eingangsfrage (z. B. „Wie viele Streichhölzer sind es?“) angegeben. Eine Erklärung der Abkürzungen findet sich bei den Etappen im Lehrerordner.

mathematische Kompetenzen,  
die in der Etappe  
angesprochen werden

**Schwerpunkte der Arbeit und Beobachtung**

	<p>Das wiederholte Bündeln und die Stellenwert-Schreibweise bilden die Grundlage unseres Zahlensystems. Die Null als „Platzhalter“ für leere Stellen ist dazu unverzichtbar.</p> <p>Schwierig sind die Zahlwörter bis Hundert. Für größere Zahlen sind sie einfach aufgebaut und wiederholen sich in einem „Dreierhythmus: Eins – Zehn – Hundert, Eintausend – Zehntausend – Hunderttausend, ... (LB3 S.12–15)</p> <p><b>Wer hat den Aufbau der Zahlwörter erfasst?</b> <b>Wer kann die Bedeutung von Nullen in Zahlen angeben?</b></p>
<p>Zahlen lesen und schreiben</p>	<p>→ Zahlen bis 1000 lesen und schreiben → Zahlwörter bis Tausend lesen und schreiben → die Bedeutung der Null in Zahlen bis 1000 erläutern</p>
	<p>In einem ersten Durchgang dient der Vorgang des Bündelns hauptsächlich dem Verständnis des Zehnersystems. Mit dem wiederholten Bündeln (10 Einer – 10 Zehner – 10 Hunderter – ...) erfahren die Kinder das Verhältnis der Stellenwerte.</p> <p><b>Wer bündelt beim Zählen?</b></p>
<p>Anzahlen und Maßzahlen erfassen.</p>	<p>→ Anzahlen bis 1000 bündelnd erfassen</p>
<p>Begriffe</p>	<p>Stellentafel, Stellenwert, Tausender-Album</p>

Ziele der Etappe

Die fett gedruckten Fragen erleichtern das Beobachten der Kinder.

Aus dem Etappenkommentar zur Etappe 1 „Große Zahlen lesen und schreiben“

## Etappenplan für

Material



T



<b>1</b>	<b>Bündelnd zählen</b>	Säckchen, Knöpfe, Plättchen, Stellentafel, Streichhölzer, zählbare Gegenstände	EA PA	A B	
<b>M0299</b>	Anzahlen bis 1000 bündelnd erfassen				
Wie viele Streichhölzer sind es?					
<b>2</b>	<b>Rechensteine</b>	Stellenwert-Zahlenkarte n, Knöpfe, Plättchen, Stellentafel	EA PA	A B	
<b>M0644</b>	natürliche Zahlen bis 1000 lesen und schreiben				
Welchen Wert hat ein Rechenstein?					
<b>3</b>	<b>Zahlendiktat</b>	Schreibzeug, Arbeitsheft, Taschenrechner, Zahlenkarten bis 100	GA PA LI	A S	
<b>M0354</b>	Zahlwörter bis Tausend lesen und schreiben				
Wie liest und schreibt man große Zahlen?					
<b>4</b>	<b>Nullen machen Zahlen groß</b>	Stellentafel, Plättchen	KA PA	A B	
<b>M0606</b>	die Bedeutung der Null in natürlichen Zahlen erläutern				

Ausschnitt aus dem Etappenplan zur Etappe 1 „Große Zahlen lesen und schreiben“

Aus dem Etappenplan wird auch ersichtlich, ob es zu dem Modul passende Seiten im Lernbuch gibt.

Während die Kinder mit der Arbeit an den einzelnen Modulen beschäftigt sind, nutze ich die Möglichkeiten des Etappenplans, der mir die Standortbestimmung erleichtert:

- Wer macht was?
- Wer ist wie weit?
- Wer ist überfordert?
- Wer ist unterfordert?

Aus der permanenten Beobachtung und der Standortbestimmung ergeben sich gleichzeitig Anhaltspunkte für die weitere Planung:

- Welche Module aktivieren die Kinder besonders?
- Welche kommen nicht an?
- Braucht ein Kind die im Modul angebotene Hilfe, eine Alternative, ein Erweiterungsangebot?
- Welche neuen Module können eingeführt werden?

Besondere Auffälligkeiten, denen ich auf den Grund gehen muss, wie auch positive Feststellungen notiere ich mir stichwortartig im Etappenplan.

## Die Lernbücher ICH KANN MATHEMATIK

Als Leitidee hinter den Modulen steht die Vorstellung von selbstbestimmtem eigenständigem Lernen. Zu den wichtigsten Lernzielen wurden deshalb in den Lernbüchern ICH KANN MATHEMATIK Module so aufbereitet, dass sie die Kinder direkt ansprechen.

In den Lernbüchern wurden die Module nicht als Lehrgang linear geordnet, sondern nach Zielen gruppiert. Damit wird unterstrichen, dass die in der Unterrichtsplanung vorgeschlagene Reihenfolge nicht zwingend ist.

Es ist ausdrücklich erwünscht, dass Kinder in dafür geeigneten Arbeitsphasen und zu Hause nach Lust und Laune auswählen. Entgegen der verbreiteten Meinung ist die Freiheit beim Mathematiklernen sehr groß. Es ist die Mathematik selbst, die immer wieder zeigt, wenn etwas noch fehlt, die Lernende zurückholt, wenn sie sich zu weit vorwagen. Werden alle im Lernbuch aufgenommenen Module im Laufe des Schuljahres bearbeitet – was ohne Zeitdruck möglich ist – ist auch die Abdeckung der Lernziele gewährleistet.

Aufgaben im traditionellen Format mit Feldern, in denen die Ergebnisse eingetragen werden sollen, fehlen in den Lernbüchern weitgehend. An ihrer Stelle sind Anregungen zu kreativen Tätigkeiten und produktive Übungsformen zu finden. In diesen wählen die Kinder selbst Zahlen oder generieren sie mit einem Zufallsgenerator (Würfel oder Zahlenkarten).

→ Die Inhalte des Lernbuchs repräsentieren die wichtigsten Ziele. Viele Zugänge sind möglich. Die innere Logik der Mathematik garantiert, dass eine von Neugier und Interesse geleitete Arbeit zu einem sinnvollen Ganzen führt.

In den Lernbüchern erscheinen auch bekannte Aufgaben und Übungen in einem neuen Gewand:

- Der Text spricht die Kinder immer direkt an: mit der Frage, der Beschreibung und dem Ziel. Alle zur Bearbeitung notwendigen Informationen stehen auf den Blättern, ebenso die Ziele. Sie sind in einer den Kindern zugänglichen Sprache geschrieben, das heißt

in einer Sprache, die im Verlauf der Arbeit mit den Modulen erworben wird. Auch Fachbegriffe wie „Addition“, „addieren“ usw. gehören dazu.

- Mit den Lernbüchern arbeiten zu können ist ein Ziel für die ganze Schulzeit: selbstständig mathematischen Fragen nachgehen zu können. Bei Schulbeginn ist das schon vom Textverständnis her noch nicht der Fall und auch für die folgenden Jahre gilt: Die meisten Kinder benötigen mehr oder weniger Hilfe dazu von Lehrpersonen, Eltern, Geschwistern oder Betreuungspersonen.
- Die Lernbücher sind kein „Einwegmaterial“, das bearbeitet und weggelegt wird. Die festgehaltenen Überlegungen, Rechnungen und Ergebnisse erinnern später an gewonnene Erkenntnisse. Viele Übungen erscheinen als Spiele, die immer wieder gespielt werden können.
- Die Module sind im Lernbuch thematisch nach Zielen geordnet und können in unterschiedlicher Reihenfolge bearbeitet werden.
- Die Seiten der Module enthalten viel freien Raum, der zu Notizen und Zeichnungen einlädt. Auf „motivierende Füll-Illustrationen“ wird absichtlich verzichtet. Die Fragen sind Motivation genug.
- Das Format des Lernbuchs und die Klebespalte in der Buchmitte ermöglichen es den Kindern eigene Arbeiten auf DIN-A4-Blättern in das Lernbuch einzukleben.
- Module sollen Kinder zu eigener Tätigkeit anregen. In der Datenbank stehen deshalb weitere Module für unter- oder überforderte Kinder zur Verfügung.





Zehnerwürfel

## Dreimaldrei:

Wer würfelt das größte Produkt?



Ihr würfelt reihum dreimal mit einem Zehnerwürfel (oder mit drei Würfeln gleichzeitig).

Wer das größte Produkt aus seinen drei gewürfelten Zahlen bilden kann, gewinnt die Runde und bekommt einen Punkt. Haben mehrere Mitspielende gemeinsam das größte Produkt, bekommen diese alle einen Punkt. Für den Joker darf eine Zahl gewählt werden.

Es wird über zehn Runden gespielt. Wer die meisten Punkte sammeln kann, gewinnt das Spiel.

Einzeltraining: Würfle dreimal je drei Zahlen und wähle daraus das größte Produkt. Versuche, einen persönlichen Rekord aufzustellen. Vergleiche mit anderen.

---

1. Wie viele dieser Produkte sind größer als 500, wenn die drei Faktoren verschieden sind?
2. Wie viele dieser Produkte sind größer als 500, wenn zwei oder drei Faktoren gleich sein dürfen?

Die Seiten des Lernbuchs 3 enthalten Texte, die sich in ihrer Form an die Kinder richten. Es wird immer noch davon ausgegangen, dass die Seiten mit den Kindern gelesen und erarbeitet werden.

## Der Lernbegleitbogen als Lernhilfe

Alle Lernziele eines Schuljahres sind im Lernbegleitbogen zusammengefasst. Als Begleitbogen der Schülerinnen und Schüler ist er auch die Grundlage für eine individuelle Förderplanung. Der Lernbegleitbogen ist in erster Linie ein Beobachtungsbogen. Er dient der positiven Beobachtung: als Hilfsmittel um festzustellen, was ein Kind alles schon kann – mitbringt oder gelernt hat. Er ist kein Pflichtenheft, weder für das Kind noch für die Lehrperson.

Vieles bringen die Kinder schon mit, anderes werden sie lernen. Die drei Felder rechts dienen der „Buchhaltung“. Sie bedeuten „Ich habe das Lernziel erreicht“ (G = grund-

legende Anforderungen) – „ich bin Meister oder Meisterin“ (E = erweiterte Anforderungen) – „ich bin Expertin oder Experte“ (Z = zusätzliche Anforderungen).

Der Lernbegleitbogen erscheint auf den ersten Blick vielleicht etwas zu umfangreich und es stellt sich die Frage, wie solche Bögen für eine ganze Klasse ausgefüllt werden können. Dazu muss man sich bewusst sein, dass die Bögen das ganze Jahresprogramm enthalten – und entsprechend das ganze Jahr zur Verfügung steht, sie auszufüllen. Konzentriert man sich in jeder Etappe auf wenige Fragen – und in jeder Lektion auf einzelne Kinder –, können diese Beobachtungen in einer Pause oder nach Schulschluss ohne großen Aufwand schnell eingetragen werden.

Zahlen	Ich kann mit Zahlen umgehen	G	E	Z
Zahlen lesen und schreiben	Zahlen bis 1000 lesen und schreiben			
	Zahlwörter bis Tausend lesen und schreiben			
	die Bedeutung der Null in Zahlen bis 1000 erläutern			
Zählen, Zahlen ordnen	vorwärts und rückwärts zählen bis und von 1000			
	Zahlen bis 1000 ordnen			
	Zahlen bis 1000 auf dem Zahlenstrahl zeigen			
Anzahlen und Maßzahlen erfassen	Anzahlen bis 1000 vergleichen und schätzen			
	Anzahlen bis 1000 bündelnd erfassen			
Beziehungen zwischen Zahlen erkennen	Zahlen in Stellenwerte zerlegen			
Zahlen als Operatoren verwenden	Zahlen als Operatoren verwenden			

Lernziele

Hier wird das erreichte Anforderungsniveau eingetragen

G = grundlegende Anforderungen  
E = erweiterte Anforderungen  
Z = zusätzliche Anforderungen

Die Kernthemen des Schuljahres sind durch einen dickeren Rahmen hervorgehoben



Ausschnitt einer Übersichtsseite aus dem Lernbuch 3

Für Elterngespräche garantiert mir der Lernbegleitbogen – zusammen mit Arbeiten der Kinder – eine aussagekräftige Grundlage und ersetzt mir weitgehend eine besondere Vorbereitung der Gespräche.

Die Aufgaben mit grundlegenden Anforderungen sind immer ausformuliert

Die Übersichtsseiten des Lernbuchs zeigen Ausschnitte des Lernbegleitbogens (s. Abb.).

Sie können gemeinsam mit den Kindern ausgefüllt werden und stellen für die Kinder einen zusätzlichen Anreiz dar, sich in die Seiten des Lernbuchs zu vertiefen und sich mit den Fragen der Module auseinander zu setzen.

### Lernzielblätter

Im Lernbegleitbogen sind die beobachtbaren Lernziele stichwortartig formuliert.

Die Aufgaben der Lernzielblätter zeigen, wie das Ziel zu verstehen ist. Aus den Lernzielblättern wird außerdem deutlich, was grundlegend wichtig und was wünschenswert ist.

Wo möglich, ist auf den Blättern Platz für das Bearbeiten der Aufgaben frei gelassen. Dieser wird aber nicht immer ausreichen. Das Arbeitsheft ist deshalb immer in die Arbeit mit einzubeziehen.

Die Blätter sind grundsätzlich „nach oben offen“.

### Wie können diese Blätter eingesetzt werden?

- Aus dem Etappenplan und dem Etappenkommentar wird deutlich, welche Lernziele in der Etappe angesprochen und erreicht werden sollen. Die dazu passenden Lernzielblätter können einzelnen Kindern, von denen vermutet wird, dass sie die Aufgaben schon lösen können, schon vor der Bearbeitung der Etappen im Unterricht gegeben werden. Wenn das der Fall ist (was immer wieder vorkommt), können diesen Kindern andere Aufgaben gestellt werden, solche, die sie herausfordern. So können Unterforderungen, Langeweile und Störungen vermieden werden.
- Im Laufe der Arbeit kann man jenen, die das Ziel erreicht haben (Lernbegleitbogen!), die Aufgaben zur Bestätigung geben.
- Diejenigen Kinder, denen gewisse Kompetenzen noch fehlen, bedürfen unterstützender Hilfe. Ihnen werden die Aufgaben zu den Lernzielen erst später gegeben, wenn sie dazu bereit sind, als Bestätigung und als Kontrolle.

Die Lernzielaufgaben sind nicht als Prüfungsaufgaben gedacht und sollen auch nicht als solche missbraucht werden.

Mit diesem flexiblen Einsatz der Lernzielaufgaben erreicht man, dass alle Kinder erleben: „Ich kann das“, was im Lernbegleitbogen als Ziel enthalten ist. Die grundle-

genden Anforderungen sollen alle erfüllen können, wenn auch zu unterschiedlichen Zeitpunkten. Die Aufgaben mit erweiterten Anforderungen bieten potenziell unterforderten Kindern Gelegenheit, ihr Können zu zeigen, und einen Anreiz, sich vertiefter mit den Themen auseinander zu setzen.

Selbst wenn Kinder lesen können, bedürfen die Lernzielaufgaben einer sorgfältigen Einführung. Vor allem am Anfang kann es sein, dass Kinder den mathematischen Sachverhalt zwar verstanden haben und beherrschen, dass sie aber noch nicht in der Lage sind, den Text einer Aufgabe richtig zu interpretieren und selbstständig zu entscheiden, ob sie die Aufgabe bearbeiten können. Es ist deshalb sinnvoll, dass man mit den Kindern Beispiele erarbeitet, sei es mit einzelnen Kindern, sei es mit allen. Besteht der Eindruck, dass Kinder fähig sind, mit den Aufträgen zu arbeiten, werden sie ihnen angeboten.

→ Der Lernbegleitbogen bietet eine solide Grundlage für Gespräche mit Eltern. Die Lernzielaufgaben zeigen auch den Eltern, wie die Kompetenzen des Bogens zu verstehen sind, was ihr Kind schon kann und was noch nicht.

## Zielplanung: passende und herausfordernde Module finden

Aus dem Etappenkommentar und dem Etappenplan wird deutlich, welche Lernziele in der Etappe und in den Modulen angesprochen und erreicht werden sollen. Die ZIELPLANUNG FÜR DAS SCHULJAHR verschafft den Überblick über das Schuljahr und ermöglicht es, schnell und beweglich auf eine Lerngruppe eingehen zu können.

Wer beispielsweise beim Ausfüllen und Analysieren des Lernbegleitbogens feststellt, dass ein Kind bei einigen Zielen noch Förderbedarf hat oder ein anderes Kind bereits Experte ist und weiter herausgefordert werden soll, findet mit Hilfe der Zielplanung schnell heraus, in welchen Etappen das Lernziel schwerpunktmäßig angesprochen wird. Die ZIELPLANUNG DER ETAPPE bietet dann eine detaillierte Übersicht, mit welchen Modulen das Lernziel gefördert wird.

Ausschnitt aus der Zielplanung für das dritte Schuljahr

Ausschnitt aus der Zielplanung der Etappe 7

## Datenbank

In der Datenbank sind alle Module der Etappen enthalten. Darüber hinaus bietet die Datenbank eine ganze Reihe von Zusatzfunktionen:

- Zu vielen Modulen sind zusätzliche Kommentare und Kopiervorlagen vorhanden.
- Zu vielen Modulen sind Dokumente aus dem Unterricht hinterlegt. Bilder aus den Klassenzimmern und kommentierte Dokumente von Lernenden geben einen Eindruck, wie das Modul eingesetzt werden kann und welche Ergebnisse erwartet werden können bzw. welche möglich sind.
- Zu jeder Etappe gibt es ein Differenzierungsangebot mit weiteren Modulen, die das Grundangebot ergänzen oder gegen Module des Grundangebots ausgetauscht werden können.
- Im Suchfenster können Module gezielt nach verschiedenen Kriterien gesucht werden: nach Zielen, nach Stichwörtern, nach Materialien und nach Titeln, Nummern und Textstellen.
- Die Datenbank bietet die Möglichkeit, für jedes Kind einen Lernplan mit einer Liste individuell zusammengestellter Module auszudrucken. Im Lernplan kann das Kind seine Meinung zu den Modulen notieren und eine Einschätzung der eigenen Fähigkeiten vornehmen. So kann es allmählich Verantwortung für sein Lernen übernehmen. Es führt Buch über das Getane, stellt fest: „Ich kann ...“, was sein Selbstvertrauen stärkt und die Motivation erhöht. Der Lehrperson ermöglichen die Eintragungen im Lernplan gezieltes Nachfragen und weitere Einblicke in die Denkweise der Kinder. Möglicherweise hat ein Kind eine Aufgabe, die ihm nicht gefallen hat, nicht verstanden. Die Hilfe der Lehrkraft erleichtert es dem Kind, das Problem nochmals anzugehen. Nimmt das Kind am Elterngespräch teil, kann es mit dem Lernplan und seinen Unterlagen den Eltern zeigen, wo es steht.
- Die Angaben auf den Modulkarten können verändert werden, neue Module können erfasst und an Kolleginnen und Kollegen weitergegeben werden. Für diese Arbeiten steht ein Eingabeformular zur Verfügung.

# Die Ziele des dritten Schuljahres

Das dritte Schuljahr ist ein „Jahr der Festigung“: Die Themen aus den ersten beiden Jahren werden immer wieder aufgegriffen, Einspluseins und Einmaleins werden weiter gepflegt. Die Kinder bekommen Zeit, Unsicherheiten im Zahlverständnis und in den Grundoperationen zu klären und damit ihre Basis der Arithmetik zu festigen. Analogien in den größeren Zahlenräumen (z.B. Einspluseins – Zehnerinspluseins – Hundertereinspluseins) geben zusätzlich immer wieder Gelegenheit, sich mit den elementaren Grundoperationen auseinanderzusetzen.

Das dritte Schuljahr ist aber auch ein „Jahr der Abstraktion“: Mit der Vergrößerung des Zahlenraums auf 1000 und mehr bekommen die Zahlen einen anderen Charakter. Mengen in dieser Größenordnung sind nicht mehr direkt überblickbar, in der Stellenwertschreibweise haben gleiche Ziffern an verschiedenen Stellen unterschiedliche Werte. Die Zahlen werden weniger gut erfassbar und abstrakter.

Beim Rechnen mit größeren Zahlen werden die Verfahren zum Hauptthema des Jahres. Die ursprünglichen Bedeutungen der Operationen (z.B. addieren = „zusammentun“) treten in den Hintergrund und werden schließlich ausgeblendet. Beim stellenweisen Rechnen werden die Zahlen als Ganzes nicht mehr wahrgenommen.

Die Schreibweise der Zahlen und die Rechenverfahren haben sich in langen Zeiträumen entwickelt und einen hohen Abstraktionsgrad erreicht. Diesen Abstraktionsprozess müssen Kinder nachvollziehen. Dazu brauchen sie Zeit – unterschiedlich viel. Es ist ein Irrtum zu meinen, das Verständnis von Zahlen und Operationen sei in den ersten beiden Schuljahren aufgebaut worden und könne jetzt einfach auf größere Zahlen übertragen werden. Sowohl bei den Zahlen als auch bei den Operationen muss das Verständnis verändert und wieder neu gewonnen werden. Es gibt Kinder, die das schnell erfassen, aber auch welche, die daran arbeiten müssen und sich viele Gedanken darüber machen. Diesen ist dazu genügend Zeit und Unterstützung zu geben. Beschränkt sich der Unterricht auf das „Einführen“ mit anschließender Übung ist die Gefahr groß, dass die Mathematik zum sinnlosen Regelspiel verkommt.

Als wichtigste Instrumente zur Ausweitung des Verständnisses von Zahlen und Rechenverfahren dienen die Stellentafel und das Rechnen in Schritten. Beide ziehen sich als rote Fäden durch das Lernbuch und durch das Programm für das Schuljahr. Die Stellentafel bietet ein konkretes Modell, mit dem Zahlen zerlegt und wieder zusammengesetzt, und mit dem Operationen handelnd

Zahlen	Ich kann mit Zahlen umgehen	G	E	Z
Zahlen lesen und schreiben	Zahlen bis 1000 lesen und schreiben			
	Zahlwörter bis Tausend lesen und schreiben			
	die Bedeutung der Null in Zahlen bis 1000 erläutern			
Zählen, Zahlen ordnen	vorwärts und rückwärts zählen bis und von 1000			
	Zahlen bis 1000 ordnen			
	Zahlen bis 1000 auf dem Zahlenstrahl zeigen			
Anzahlen und Maßzahlen erfassen	Anzahlen bis 1000 vergleichen und schätzen			
	Anzahlen bis 1000 bündelnd erfassen			
Beziehungen zwischen Zahlen erkennen	Zahlen in Stellenwerte zerlegen			
Zahlen als Operatoren verwenden	Zahlen als Operatoren verwenden			

ausgeführt werden können. Nach dem oben gesagten ist es wichtig, dass die Kinder Gelegenheit bekommen, auf der Stellentafel die Zahlerfassung und die Natur der Rechenverfahren (Algorithmen) in einem längeren Prozess zu erfahren und zu verinnerlichen. Die Stellentafel soll den Kindern als Hilfsmittel zur Entwicklung ihres Verständnisses dienen, auf das sie bei Unsicherheiten immer wieder zurückgreifen können. Sie ist viel mehr als ein Instrument zur Rechtfertigung von Schreibweisen und Verfahren.

## Zahlen:

### Den Tausenderraum erfassen, das Stellenwertsystem verstehen

Im Tausenderraum wird die Grundlage für das Verständnis unseres Stellenwertsystems für Zahlen gelegt. Ist es erfasst, liegen unbegrenzte Zahlenräume offen. Deshalb werden die Stellentafel und die Zahlwortreihe ohne obere Grenze eingeführt (Lernbuch 3, S. 12–15). Wer das Prinzip verstanden hat, kann mit großen Zahlen umgehen (was den Kindern entsprechend Spaß macht).

Im Tausender-Album (Lernbuch 3, S. 123–143) wird der Tausender aus zehn Hundertern aufgebaut. Das Tausender-Album hilft beim Zählen in verschiedenen Schritten. Durch markierte Zahlenfolgen kann der Tausender „erwandert“ werden. Analogien in den einzelnen Hundertern sind sichtbar.

Hat im Tausender-Album jede Zahl ihren Platz, geht es auf dem leeren Zahlenstrahl (Lernbuch 3, S. 16/17, 20/21) nur um die Reihenfolge der Zahlen. Hier ist der Tausender je nach Skalierung einmal kürzer, einmal länger.

### Bemerkungen zu den Zielen im Lernbegleitbogen

#### Zahlen lesen und schreiben

Eines der zentralen Ziele des dritten Schuljahres ist das Verständnis des Stellenwertsystems. Als Modell dafür wird die Stellentafel verwendet. Sie entspricht dem von den Römern und auch noch später benutzten Rechenbrett oder -tisch. Die Römer haben die Zahlen darauf mit Rechensteinen in einem Dezimalsystem gelegt. Handelnd konnten sie so auf gleiche Weise addieren und subtrahieren wie wir das heute mit Ziffern auf Papier tun. Bekannt ist allerdings, dass die Römer die Zahlen anders geschrieben haben als wir heute: Werte verschiedener Buchstaben wurden addiert.

Im Unterricht kommt die Stellentafel immer wieder zum Einsatz. Zuerst beim Lesen und Schreiben von Zahlen, später bei der Addition und der Subtraktion und im Umgang mit dezimalen Größen. Die Stellentafel zeigt modellhaft, dass der Wert von Rechensteinen oder Ziffern vom Platz abhängt an dem sie liegen bzw. stehen. Dieser Platz wird wo nötig durch End- oder Zwischennull(en) festgelegt. Dadurch bekommt die Null als Leerstelle ein neues Gewicht.

Die Kraft und Eleganz des Stellenwertsystems wird speziell bei großen Zahlen sichtbar. Eine künstliche Grenze bei 1000 kann das Verständnis der Schreibweise behindern. Im Lernbuch wird das Lesen und Schreiben von Zahlen daher bewusst „nach oben offen“ eingeführt. Die Kinder sind stolz darauf, dass sie große Zahlen schreiben, lesen und mit ihnen rechnen können. Schon im 1. Schuljahr sind die Kinder stolz auf Rechnungen wie  $1000 + 2000 = 3000$ . Das bedeutet noch nicht, dass sie eine Vorstellung von diesen Zahlen haben, aber es öffnet den Kindern einen Zugang zu ihnen.

Bei den Zahlwörtern wird die „Dreierstruktur“ der Stellentafel verdeutlicht. Bei Tausend, bei einer Million, einer Milliarde usw. beginnt das Zählen je wieder „von vorne“. Zugleich wird die Bedeutung der End- und Zwischennull(en) nochmals hervorgehoben.

#### Beispielhafte Module:



















- Welchen Wert hat ein Rechenstein? (Lernbuch 3, S. 10/11)
- Wie liest und schreibt man große Zahlen? (Lernbuch 3, S. 12/13)
- Was bedeuten Nullen in Zahlen? (Lernbuch 3, S. 14/15)

#### Zählen, Zahlen ordnen

Als Modell für die Ordnung der Zahlen dienen der (leere) Zahlenstrahl und das Tausender-Album. Speziell geübt wird das Zählen in Zehner- und Hunderterschritten. Besonderes Augenmerk gilt den Zahlen mit vertauschten Ziffern (123, 132, 321, ...), dies wiederum zur Unterstützung der Bedeutung des Stellenwerts der Ziffern.

Beispielhafte Module:

- Wer macht den letzten Schritt? (Lernbuch 3, S. 16/17)
- Welche Zahlen passen in deine Hunderter-Tafel? (Lernbuch 3, S. 18/19)
- Wohin passen die Zahlen auf dem Zahlenstrahl? (Lernbuch 3, S. 20/21)
- Tausender-Album: Welche Zahlen passen? (Lernbuch 3, S. 123–143)

Darstellung	Zählstrategie								
Menge von Objekten (Streichhölzer)    ...	In der Zahlenreihe wird gezählt: eins, zwei, drei, ...								
Bündel von Objekten                ...	Es wird in (beliebigen) Schritten (bündelnd) gezählt: fünf, zehn, fünfzehn, ...								
Mehrstufige Bündel, sortiert z.B. in der Stellentafel (Lernbuch 3, S. 24) <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <thead> <tr> <th style="width: 25%;">T</th> <th style="width: 25%;">H</th> <th style="width: 25%;">Z</th> <th style="width: 25%;">E</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	T	H	Z	E					Vor dem Zählen wird gebündelt. Zuerst alles in Zehnerbündel, dann je 10 Zehnerbündel zu Hunderterbündeln usw. Dann werden die Bündel gezählt. Beispiel: Gesammeltes Geld in Münzen und Noten wird zuerst sortiert und auf Häufchen gelegt, anschließend werden die Häufchen mit ihren Werten gezählt.
T	H	Z	E						
									
Knöpfe in der Stellentafel an Stelle der Bündel, Wert je nach Lage <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <thead> <tr> <th style="width: 25%;">T</th> <th style="width: 25%;">H</th> <th style="width: 25%;">Z</th> <th style="width: 25%;">E</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	T	H	Z	E					Bündel werden in höhere Einheiten gewechselt (z.B. Münzen in Noten mit zehnfachem Wert, Einerwürfelchen in Zehnerstangen).
T	H	Z	E						
									
Mehrziffrige Zahl	Bündel werden durch Ziffern mit Stellenwert notiert.								

??????

**Anzahlen und Maßzahlen erfassen**

Größere Zahlen in Zifferndarstellung sind abstrakte Zeichen für Mengen, die sich unserer genauen Vorstellung entziehen. An die Stelle von Mengenbildern treten Vorstellungen von Größenordnungen (z. B. 342 ist etwa zehnmal so viel wie 31). Die Entwicklung der Vorstellung von Größenordnungen ist zwar noch nicht direkt Thema des dritten Schuljahres. Dennoch werden die Grundlagen dazu durch die Abstraktionsschritte beim zählenden Erfassen von Mengen gelegt.

**Beispielhafte Module:**

- Wie viele Seiten hat dein Lieblingsbuch?  
(Lernbuch 3, S. 22/23)
- Wie viele Streichhölzer sind es?  
(Lernbuch 3, S. 24/25)
- Wie viele Buchstaben sind im Text?

(Lernbuch 3, S. 26/27)

- Bohnen greifen: Wer schätzt besser?  
(Lernbuch 3, S. 28)

**Beziehungen zwischen Zahlen erkennen**

Neben den bereits bekannten Beziehungen zwischen Zahlen wie größer – kleiner, Vielfaches, Teiler, die auch bei größeren Zahlen vorkommen, stehen im dritten Schuljahr die Beziehungen zwischen den Ziffern in verschiedenen Spalten der Stellentafel im Vordergrund (in der Zahl 354 ist die 3 die kleinste Ziffer, hat aber den größten Wert weil sie in der Hunderterspalte steht). Wie verändern sich Zahlen, wenn Ziffern vertauscht werden?

**Beispielhafte Module:**

- Welchen Wert hat ein Rechenstein?  
(Lernbuch 3, S. 10/11)

- Stellenwerte würfeln: Wer erreicht die kleinste Zahl?  
(Lernbuch 3, S. 29)

### **Zahlen als Operatoren verwenden**

Null bleibt eine besondere Zahl, auch im dritten Schuljahr. Neben die 2 als besonders häufigem Operator (verdoppeln, halbieren) tritt im Zusammenhang mit der Stellentafel der Operator 10. Vorgänge wie verzehnfachen, in der Stellentafel verschieben und „Null anhängen“ sind miteinander zu verbinden (Lernbuch 3, S. 14/15).

### **Beispielhafte Module:**

- Was bedeuten Nullen in Zahlen?  
(Lernbuch 3, S. 14/15)
- Dreimaldrei: Wer würfelt das größte Produkt?  
(Lernbuch 3, S. 30)

Operationen	Ich kann Operationen verstehen und ausführen	G	E	Z
Zahlen zerlegen	Zahlen in Summanden zerlegen			
	Zahlen in Faktoren zerlegen			
Operationen mit Handlungen und Situationen verbinden	auf der Stellentafel addieren			
	auf der Stellentafel subtrahieren			
Rechengesetze formulieren, als Rechenhilfe verwenden	Additionsschritte erklären			
	Subtraktionsschritte erklären			
	auf verschiedenen Wegen addieren und subtrahieren			
	Rechenwege schriftlich festhalten			
Beziehungen zwischen Zahlen erkennen	Zahlen im Kopf addieren			
	Zahlen im Kopf subtrahieren			
	Zahlen im Kopf multiplizieren			
	Zahlen im Kopf dividieren			
	Zahlen auf Papier addieren			
	Zahlen auf Papier subtrahieren			
	Zahlen auf Papier multiplizieren			
	Zahlen auf Papier dividieren			
Operationen in Zusammenhängen erkennen und anwenden	Grundoperationen erkennen und ausführen			

Ausschnitt „Operationen“ aus dem Lernbegleitbogen für das dritte Schuljahr

## Operationen: Rechnen auf Papier

Bei den Operationen geht es im dritten Schuljahr vorerst einmal darum, Erkenntnisse und Fertigkeiten aus den ersten beiden Schuljahren zu vertiefen. Analogien in größeren Zahlenräumen werden forschend entdeckt, die „Rechenfamilien“ wachsen. Sehr wichtig ist, dass Kinder, deren Vorstellungen von Operationen noch nicht gefestigt sind, genügend Zeit bekommen um diese weiter zu entwickeln.

Das Kopfrechnen im erweiterten Zahlenraum gibt dazu Gelegenheit, indem immer wieder die Fragen „Wie hast du das bekommen?“, „Wie hast du überlegt?“, „Kannst du erklären, wie du gerechnet hast?“ oder ähnliche Fragen gestellt werden. Fertigkeiten im Einspluseins und Einmaleins werden kontinuierlich gepflegt.

Ein Schwerpunkt des dritten Schuljahres liegt auf dem so genannt „halbschriftlichen“ Rechnen. Es geht dabei um

die Grundprinzipien „Ist dir eine Zahl zu groß, zerlege sie!“ und „Rechne in Schritten und schreibe deine Schritte auf (rechne auf Papier).“

## Bemerkungen zu den Zielen im Lernbegleitbogen

### Zahlen zerlegen

Zum Verständnis von mehrziffrigen Zahlen gehört das Wissen um ihren Aufbau und damit um ihre Zerlegbarkeit in verschiedene Stellen. Diese Zerlegbarkeit können die Kinder im Umgang mit speziellen Zahlen wie Palindromen (UHU-, ANNA-Zahlen) oder Zahlenrätseln erfahren. Die Zerlegbarkeit bildet die Grundlage aller Rechenverfahren.

Zum Verständnis großer Zahlen gehört das Wissen um den Zusammenhang von Endnullen und Zehnerfaktoren.

Beispiel:  $240 = 2 \text{ Hunderter} + 4 \text{ Zehner} = 200 + 40 = 2 \cdot 100 + 4 \cdot 10 = 24 \cdot 10$

#### Beispielhafte Module:

- Wie sehen Summen von UHU-Zahlen und ihren Partnerinnen aus? (Lernbuch 3, S. 32/33)
- In welchen Schritten rechnest du? (Lernbuch 3, S. 46/47)
- Wohin schreibst du die Zahlen (Potz 1000)? (Lernbuch 3, S. 56/57)
- Zu welchen Familien gehören die Zahlen des Zehner-Einmaleins? (Lernbuch 3, S. 34/35)

### Operationen mit Handlungen und Situationen verbinden

Das handelnde Addieren und Subtrahieren auf der Stellentafel (Lernbuch 3, S. 36–39) verbindet die ursprünglichen Handlungen (dazutun, wegnehmen) mit den Verfahren des stellenweisen und schließlich mechanisierbaren Rechnens. Als Hilfsmittel dienen die Stellentafel und Rechensteine zur Darstellung der Zahlen.

Die meisten Kinder erkennen sehr rasch wie die schriftliche Addition „funktioniert“. Von daher wäre es nicht nötig, sich lange mit den Manipulationen auf der Stellentafel abzugeben. Es geht aber bei diesem handelnden Addieren um viel mehr als um eine Rechtfertigung der schriftlichen Addition. Es geht darum, den Kindern die Einsicht in die Verfahren (Algorithmen) des stellenweisen Rechnens zu vermitteln. Dazu genügt es nicht, die „Rechenmeister“-Seiten des Lernbuchs (S. 36–39) auf dem Papier zu bearbeiten. Erst beim spielerischen Rechnen auf dem Rechenbrett (z.B. „Rechnen wie die Römer“ oder „Rechnen wie eine Maschine“) erfahren sie die Kraft dieser Verfahren. Sie erleben, dass sie auf dem Rechenbrett große Zahlen ohne Einspluseins rein mechanisch addieren und subtrahieren können.

#### Beispielhafte Module:

- Wie haben Rechenmeister addiert? (Lernbuch 3, S. 36/37)
- Wie haben Rechenmeister subtrahiert? (Lernbuch 3, S. 38/39)

### Rechengesetze formulieren, als Rechenhilfe verwenden

Wie bei den Handlungen geht es hier um das Erfassen und Formulieren von Rechenverfahren. Bei der schriftlichen Addition und Subtraktion hilft die Fassung „in Wor-

ten“ den Kindern, sich den korrekten Ablauf zu merken. Für das Verständnis der Zahlen und Operationen wichtiger als den „Spruch zur Addition“ zu memorieren ist es, eigene Rechenwege und -verfahren mündlich und schriftlich festzuhalten. Die dazu notwendige Sprache zu entwickeln braucht Zeit und Geduld. Im ersten Schuljahr war das Ziel Rechnungen aufzuschreiben (Lernbuch 1, S. 36/37, 42/43). Im zweiten Schuljahr wurden Rechenschritte aufgeschrieben (Lernbuch 2, S. 50–57). Im dritten Schuljahr geht es nun darum, die erworbene mathematische Sprachkompetenz auf mehrschrittige Rechnungen zu erweitern (Lernbuch 3, S. 44–47, 66/67).

Wenn die Kinder eigene Rechenwege suchen und aufschreiben, zeigen sie sehr viel von ihrem Verständnis für Zahlen und Operationen. Beim Austauschen, Vergleichen und Verfeinern können sie es weiter entwickeln. Bei diesem so genannten „halbschriftlichen“ Rechnen geht es um das Grundprinzip des Zerlegens von Rechenoperationen mit großen Zahlen in Schritte mit kleineren Zahlen. Die Kinder sollen dieses Prinzip erfassen und für sich nutzen können. In welchen Schritten sie rechnen ist unwichtig – solange die Schritte aufgeschrieben werden können und korrekt sind. Das im Lernbuch 3 (S. 66/67) gezeigte Verfahren des Rechnens in Schritten ist ein unverbindliches Angebot. Es hat den Vorteil, dass es bei allen Operationen anwendbar ist. Es beruht auf der Zerlegung in Stellen und kann damit zum Verständnis der Zahlschreibweise beitragen.

#### Beispielhafte Module:

- Wie kannst du schriftlich addieren? (Lernbuch 3, S. 40/41)
- Wie kannst du schriftlich subtrahieren? (Lernbuch 3, S. 42/43)
- Wie sehen deine Rechenwege aus? (Lernbuch 3, S. 44/45)
- In welchen Schritten rechnest du? (Lernbuch 3, S. 46/47)
- Rechnen in Schritten: Ist dir eine Zahl zu groß, zerlege sie! (Lernbuch 3, S. 66/67)

### Operationen sicher ausführen

Sicheres Rechnen im Kopf und auf dem Papier ist etwas, das kontinuierlich gepflegt werden muss. Bei der Rechenfertigkeit steht in den ersten beiden Schuljahren die Abrufbarkeit der Rechensätze des Einspluseins und Einmaleins im Vordergrund. Im dritten und auch in den folgenden Schuljahren muss diese Abrufbarkeit gefestigt und vertieft werden. Neu dazu kommt die Sicherheit in der Anwendung

von Analogien (Einspluseins – Zehnereinspluseins) in größeren Zahlenräumen und in den Rechenstrategien (Rechnen in Schritten).

Die Übungen im Lernbuch 3 sind alle so angelegt, dass die Kinder eine beliebige Anzahl von Rechenaufgaben selber erzeugen können, zum Teil mit Hilfe des Tausender-Albums, von Zahlenkarten oder Würfeln. Das Üben soll lustvoll sein, immer mit dem Ziel, wenigstens vier Aufgaben hintereinander richtig rechnen zu können. Dazu gehört, dass die Kinder ihre Resultate direkt überprüfen können, z. B. mit einem Taschenrechner. Fehler sollen auch direkt analysiert werden, wenn nötig mit Hilfe von anderen Kindern, der Lehrperson oder den Eltern.

Ein wichtiges Ziel aller Übungen ist das Bewusstsein „Das kann ich sicher“, „Das kann ich noch nicht sicher“ und „Diese Fehler unterlaufen mir, darauf muss ich achten“.

#### **Beispielhafte Module zum Rechnen im Kopf:**

- Wie groß ist die Summe der Nachbarn?  
(Lernbuch 3, S. 48/49)
- Wie groß ist der Unterschied?  
(Lernbuch 3, S. 50/51)
- Wie sieht dein Kreuzzahlrätsel aus?  
(Lernbuch 3, S. 52/53)
- Wie kannst du Zehnerzahlen dividieren?  
(Lernbuch 3, S. 54/55)

#### **Beispielhafte Module zum Rechnen auf Papier:**

- Wohin schreibst du die Zahlen (Potz 1000)?  
(Lernbuch 3, S. 56/57)
- Wie viele Stockwerke hat dein größter Minusturm?  
(Lernbuch 3, S. 58/59)
- Wie viele Produkte findest du?  
(Lernbuch 3, S. 60/61)
- Wo gibt es welche Reste?  
(Lernbuch 3, S. 62/63)

#### **Operationen in Zusammenhängen erkennen und anwenden**

Schon in den ersten beiden Schuljahren haben die Kinder mit Bildern und Texten eigene Rechenaufgaben gezeichnet und geschrieben (Lernbuch 1, S. 58/59, Lernbuch 2, S. 86/87). Auch im dritten Schuljahr werden sie immer wieder dazu aufgefordert (Lernbuch 3, S. 64/65). So können sie ihren Alltag und ihre Phantasie mit Zahlen und Operationen verbinden und sich gegenseitig mehr oder weniger knifflige Aufgaben stellen. Mit der Diskussion der Aufgaben und der Lösungsstrategien wird eine gute Basis für die Bearbeitung der Textaufgaben in den späteren Schuljahren gelegt.

#### **Beispielhafte Module:**

- Welche Texte fallen dir ein?  
(Lernbuch 3, S. 64/65)

Größen	Ich kann mit Größen die Welt erfassen	G	E	Z
Zu Einheiten Beispiele angeben, Einheiten umrechnen	zu Längeneinheiten Beispiele angeben			
	zu Gewichtseinheiten Beispiele angeben			
	Längenmaße in Nachbareinheiten umrechnen			
	Zeiteinheiten in Nachbareinheiten umrechnen			
Größen schätzen und messen	Längen schätzen und messen			
	Zeitspannen schätzen und messen			
	Gewichte schätzen und bestimmen			
	Preise des eigenen Bedarfs schätzen			
Mit Größenangaben operieren	mit Längenangaben rechnen			
	mit Zeitangaben rechnen			
	mit Geld rechnen			

Ausschnitt „Größen“ aus dem Lernbegleitbogen für das dritte Schuljahr

## Größen: Dezimale Einheiten

Entsprechend der Erweiterung des Zahlenraums auf 1000 wird auch bei den Größen der Bereich auf tausendteilige Einheiten erweitert (Meter – Kilometer, Millimeter – Meter, Gramm – Kilo-gramm). Die Stellentafel für dezimale Größen (Lernbuch 3, S. 74/75, S. 85, S. 90) zeigt die Beziehungen zwischen den einzelnen Maßeinheiten. Sie entspricht der Stellentafel für „gewöhnliche“ Zahlen mit der Eigenheit, dass die „Einerspalte“ durch die gewählte Maßeinheit festgelegt wird und diese somit nicht mehr unbedingt die rechte Randspalte sein muss.

Bei den Repräsentanten der Größen wird die Palette nach unten und nach oben erweitert. In beiden Richtungen wird dabei der unmittelbare Erfahrungsbereich verlassen. Um die Größen dennoch erfahrbar zu machen, kommen zwei universale Strategien zum Zug: Was zu groß ist, wird unterteilt (der Kilometer wird in erfassbare Teilstücke von je 100 m unterteilt), was zu klein ist, wird zusammengefasst (statt einem Blatt Papier werden 10 Blätter gewogen und dieses Gewicht wird dann durch 10 geteilt).

### Bemerkungen zu den Zielen im Lernbegleitbogen – Zu Einheiten Beispiele angeben, Einheiten umrechnen

Die Kinder sammeln eigene typische Beispiele (Repräsentanten) für verschiedene Längen- und Gewichtseinheiten

mit dem Ziel, Vorstellungen (innere Bilder) dafür zu entwickeln.

Auch das Umwandeln von verschiedenen Größeneinheiten soll dazu dienen, Vorstellungen von den Verhältnissen zwischen den Einheiten zu gewinnen ( $1 \text{ km} = 10 \cdot 100 \text{ m}$ ) und nicht formal geübt werden. Die Kinder sollen damit vertraut werden, dass Größen verschieden gemessen und notiert werden können (Lernbuch 3, S. 74/75). Die Stellentafeln für Längenmaße und Gewichte (Lernbuch 3, S. 90) zeigen beispielhaft, wie dezimale Größenbereiche aufgebaut sind und welche Verhältnisse zwischen den Maßeinheiten bestehen.

Auf der Stoppuhr (Lernbuch 3, S. 76) kann der Ablauf der Zeit am Zeiger „gesehen“ werden, der sich in Sekundenschritten bewegt. Auch für die Umrechnungstabellen zwischen Sekunden, Minuten und Stunden (Lernbuch 3, S. 77) dienen die Zeigerschritte auf der Stoppuhr als Modell. Jede Einheit hat auf der Uhr einen eigenen Zeiger, der sich in entsprechenden Schritten bewegt.

#### Beispielhafte Module:

- Wie lang ist ein Kilometer?  
(Lernbuch 3, S. 70/71)
- Wie schwer ist ein Kilogramm?  
(Lernbuch 3, S. 72/73)
- Wie kannst du Längenmasse umwandeln?  
(Lernbuch 3, S. 74/75)

- Was zeigt das Zifferblatt der Stoppuhr?  
(Lernbuch 3, S. 76/77)

### Größen schätzen und messen

„Schätzen oder messen heißt mit Bekanntem vergleichen.“ Dieses Grundprinzip sollen die Kinder an verschiedenen Beispielen erfahren. „Schätzen“ heißt, etwas im Kopf, in der Vorstellung mit Bekanntem vergleichen. „Messen“ bedeutet, den Vergleich mit einem Messinstrument vornehmen. Die Genauigkeit der Messung hängt dabei vom verwendeten Messinstrument ab (Lernbuch 3, S. 79, S. 83).

Beim Messen von Längen wird für die Kinder „messen = vergleichen“ in der Arbeit mit dem Zollstock oder mit dem Messband direkt erfahrbar. Beim Bestimmen von Gewichten hat die Balkenwaage, auf der Gewichte direkt verglichen werden, fast nur noch historische Bedeutung. Im Alltag dominieren die elektronischen Waagen, bei denen der Wägeprozess nicht mehr sichtbar ist, und die nur einen indirekten Vergleich zulassen. Für die Kinder dient ein Kleiderbügel als Modell für eine Balkenwaage (Lernbuch 3, S. 82/83).

#### Beispielhafte Module:

- Wie lang ist dein Schulweg?  
(Lernbuch 3, S. 78/79)
- Wie viel Zeit verbringst du jeden Tag im Schlaf?  
(Lernbuch 3, S. 80/81)
- Was ist schwerer?  
(Lernbuch 3, S. 82/83)

### Mit Größenangaben operieren

Das Rechnen mit Größen soll direkten Bezug zum Alltag der Kinder haben (Wie verbringst du deinen Tag? Lernbuch 3, S. 86/87) oder sich auf Situationen beziehen, die von ihnen nachvollzogen werden können (Wie groß sind wir zusammen? Lernbuch 3, S. 84/85, Was kostet dein Wunschzettel? Lernbuch 3, S. 88/89). Über das Rechnen mit Größen werden die verwendeten Rechenoperationen mit Handlungen und Situationen verknüpft, ihre Wirkungen werden erlebbar und sinnvoll.

Beim Rechnen mit Größen in verschiedenen Zusammenhängen (Alltag, Mensch und Umwelt, Werken, Geometrie) werden Operationen angewendet, Größen umgerechnet, Zuordnungen entdeckt. Das rein abstrakte, formale Rechnen mit Größen ist noch nicht Kernthema des dritten Schuljahres.

#### Beispielhafte Module:

- Wie groß sind wir zusammen?  
(Lernbuch 3, S.84/85)
- Wie verbringst du deinen Tag?  
(Lernbuch 3, S.86/87)
- Was kostet dein Wunschzettel?  
(Lernbuch 3, S.88/89)

<b>Geometrie</b>	<b>Ich kann unseren Raum und was drin ist beschreiben</b>	G	E	Z
Figuren und Körper erkennen und beschreiben	Dreiecke, Quadrate, Rechtecke, Kreise beschreiben			
	Würfel, Quader, Kugeln beschreiben			
Lagebeziehungen beschreiben	die Lage von Gegenständen im Raum erkennen und beschreiben			
	(Bau-) Vorlagen interpretieren			
Bewegungen beschreiben	Wege für andere beschreiben			
Geometrische Größen messen und berechnen	Strecken, Umfänge vergleichen, schätzen und messen			
Geometrische Werkzeuge und Verfahren einsetzen	Figuren freihändig zeichnen			
	mit Zirkel, Lineal und Geodreieck umgehen			

Ausschnitt „Geometrie“ aus dem Lernbegleitbogen für das dritte Schuljahr

## Geometrie: Figuren, Körper, Bauwerke und Parkette

Sich etwas räumlich vorstellen zu können ist eine für viele Berufe wichtige Kompetenz. Eine Grundlage dafür wird im Spiel mit Bauklötzen gelegt, das bereits im Kindergarten gepflegt wird. Da in der Schule nicht davon ausgegangen werden kann, dass alle Kinder genügend Gelegenheit und Anreize dazu hatten oder haben, den Raum „bauend“ zu erfahren, sollen ihnen auch im dritten und in den folgenden Schuljahren Bauklötze irgendwelcher Art (aus Holz in verschiedenen Formen, LEGO®, aber auch Schachteln und selbst hergestellte Körper) fürs freie Bauen und für spezifische Aktivitäten angeboten werden.

Geometrische Fragen bieten, abgesehen von den thematischen Schwerpunkten, über das ganze Schuljahr hinweg immer wieder Gelegenheiten zur manuellen Tätigkeit, zum Experimentieren, Diskutieren und freien Gestalten.

### Bemerkungen zu den Zielen im Lernbegleitbogen – Figuren und Körper erkennen und beschreiben

Die Kinder kennen die Namen von geometrischen Figuren und Körpern. Nun sollen sie sich vertieft mit deren Eigenschaften auseinandersetzen und die Begriffe schärfen. Wann bezeichnen wir eine Figur als „Kreis“? Wann nur noch als „Oval“? Was bedeutet „einkreisen“? Wann ist ein Körper ein „Würfel“? Körper werden sowohl aufgeschnitten als auch herge-

stellt. So können die Kinder Erfahrungen mit dem lokalen Raum sammeln, ihn „begreifen“ und ihre Vorstellung entwickeln, kreativ erforschend und ohne große Theorie.

Mit der Schärfung der Begriffe wird ein Schritt in die Richtung ihrer abstrakten Bedeutung vollzogen. Die exakte mathematische Definition (z.B. der Kreis als Ortslinie) bleibt aber späteren Schuljahren vorbehalten.

#### Beispielhafte Module:

- Ist das ein Kreis?  
(Lernbuch 3, S. 92/93)
- Wie sieht ein aufgeschnittener Würfel aus?  
(Lernbuch 3, S. 94/95)

#### Lagebeziehungen beschreiben

Im dritten Schuljahr wird das Vokabular für Lagebeziehungen (z.B. „vorne/hinten“, „schräg links oben“) weiter gepflegt und ausgebaut. Bauwerke aus Würfeln, Bauklötzen oder Schachteln werden gebaut und einander beschrieben („diktiert“) (Lernbuch 3, S. 98/99).

Neben der mündlichen Beschreibung der Bauwerke tritt nun auch die grafische, zeichnerische. Zur Darstellung räumlicher Gebilde verwenden Kinder spontan eine eigene Bildsprache, die sich von der fotografischen Zentralperspektive oder der in vielen Publikationen verwendeten Parallelperspektive deutlich unterscheidet (Lernbuch 3, S. 98). Kurz gesagt zeichnen Kinder „was sie wissen“ und nicht „was sie sehen“. Diese ihre eigene Bildsprache sol-

len die Kinder pflegen und entwickeln. Einziges Kriterium ist ihre Zweckmäßigkeit. Die Zeichnungen sollen als Baupläne von den Zeichnenden selbst und von anderen lesbar sein.

**Beispielhafte Module:**

- Wie sehen die Baupläne aus?  
(Lernbuch 3, S. 96/97)
- Wie ist dein Bauwerk aufgebaut?  
(Lernbuch 3, S. 98/99)

**Bewegungen beschreiben**

Wege beschreiben zu können, ist eine häufig gefragte Kompetenz („Wo geht es hier zum Bahnhof?“). Wie im zweiten (Etappe 11) werden auch im dritten Schuljahr Wege mündlich beschrieben. Neu dazu kommt, dass diese Beschreibungen mit Worten und Zeichnungen schriftlich festgehalten und ausgetauscht („getestet“) werden (Lernbuch 3, S. 100/101).

**Beispielhafte Module:**

- Wie lang ist dein Schulweg?  
(Lernbuch 3, S. 78/79)
- Wo liegt das Ziel?  
(Lernbuch 3, S. 100/101)

**Geometrische Größen messen und berechnen**

Im zweiten Schuljahr sind bereits Strecken und Umfänge gemessen worden (Lernbuch 2, S. 118-121). Im Zusammenhang mit den Längenmassen werden jetzt größere Län-

gen geschätzt und gemessen. Im Kleinen geht es darum, den Blick für die Regelmäßigkeit von Figuren zu schärfen. Wie erkenne ich, ob ein Dreieck gleiche Seiten hat? (Lernbuch 3, S. 102/103).

**Beispielhafte Module:**

- Wie lang ist ein Kilometer?  
(Lernbuch 3, S. 70/71)
- Wie lang ist dein Schulweg?  
(Lernbuch 3, S. 78/79)
- Welche Seite ist die längste?  
(Lernbuch 3, S. 102/103)

**Geometrische Werkzeuge und Verfahren einsetzen**

In vielen Lehrplänen sind die Werkzeuge Geodreieck und Zirkel noch nicht Pflichtstoff des dritten Schuljahres. Das gibt die Freiheit, in diesem Jahr unbelastet mit ihnen umzugehen, zu experimentieren, sie als Werkzeuge für kreatives Gestalten zu benützen. Die Kinder erfahren sie als Hilfsmittel, „schöne“ Figuren und Ornamente zu zeichnen. Ohne Zwang zur Genauigkeit ist die Ästhetik der einzige Antrieb zur Präzision.

**Beispielhafte Module:**

- Welche Figur ist deine Lieblingsfigur?  
(Lernbuch 3, S. 104/105)
- Wobei hilft das Geodreieck?  
(Lernbuch 3, S. 106/107)

Zuordnungen	Ich kann Zusammenhänge erkennen und nutzen	G	E	Z
Funktionen und Relationen erkennen und beschreiben	Tabellen ergänzen und erweitern			
	Zuordnungen in Texten erkennen und beschreiben			
Figurenfolgen und Abbildungen erkennen und beschreiben	Bandornamente fortsetzen, erzeugen			
	Parkettierungen fortsetzen, erzeugen			
	Symmetrien ebener Figuren und Muster erkennen und beschreiben			
Zuordnungen verschieden darstellen	Tabellen als Zuordnungen interpretieren			

Ausschnitt „Zuordnungen“ aus dem Lernbegleitbogen für das dritte Schuljahr

## Zuordnungen: Tabellen

Die Grundelemente der Schulmathematik – Zahlen, Größen, Figuren und Körper – können zwar isoliert betrachtet werden, wirklich interessant sind aber meist Zusammenhänge zwischen ihnen. Der Begriff „Zuordnungen“ umfasst Funktionen und Relationen in der Arithmetik und Abbildungen in der Geometrie. Tabellen sind eine den Kindern bereits vertraute Darstellungsart von Zuordnungen wie sie in Sachproblemen oder Textaufgaben auftreten (z.B. Lernbuch 2, S. 136/137 „Wie viele Gäste kannst du einladen?“). Tabellen interpretieren („lesen“) und Sachverhalte in Tabellen darstellen ist eine Kompetenz, die durch das ganze Schuljahr hindurch in verschiedenen Themenbereichen immer wieder gefördert wird.

### Bemerkungen zu den Zielen im Lernbegleitbogen

#### Funktionen und Relationen erkennen und beschreiben

Die im Alltag häufige Proportionalität wird zwar noch nicht speziell thematisiert, taucht aber an mehreren Stellen auf. In „Wie hängen die Dinge zusammen?“ werden aber auch nicht proportionale Zusammenhänge tabellarisch dargestellt.

#### Beispielhafte Module:

- Was zeigt das Zifferblatt der Stoppuhr (Lernbuch 3, S. 77)
- Wie groß ist ein Riese? (Lernbuch 3, S. 110/111)

- Wie hängen die Dinge zusammen? (Lernbuch 3, S. 112/113)
- Was wäre, wenn ...? (Lernbuch 3, S. 114/115)

#### Figurenfolgen und Abbildungen erkennen und beschreiben

„Wie geht das Muster weiter?“ war eine Frage im 2. Schuljahr zum Thema Bandornamente (Lernbuch 2, S. 140/141). Beim Färben arabischer Fliesenmuster waren auch zweidimensionale Ornamente bereits ein Thema (Lernbuch 2, S. 114/115). Nun werden die Möglichkeiten erforscht, die sich beim Auslegen der Ebene mit Rechtecken ergeben, mit oder ohne Farbe (Lernbuch 3, S. 116/117) oder mit Bildern (Lernbuch 3, S. 118/119).

#### Beispielhafte Module:

- Welche Fliesenmuster gefallen dir am besten? (Lernbuch 3, S. 116/117)
- Wie viele Muster kannst du erzeugen? (Lernbuch 3, S. 118/119)

#### Zuordnungen verschieden darstellen

Zuordnungen können verschieden dargestellt werden: In der Umgangssprache, in Tabellen, Grafiken oder Gleichungen. Die im dritten Schuljahr bevorzugte abstrakte Form ist die Tabelle.

#### Beispielhafte Module:

- Was wäre, wenn ...? (Lernbuch 3, S. 114/115)

Mathematisieren	Ich kann Sachverhalte übersetzen und darstellen	G	E	Z
Sachverhalte mathematisch ausdrücken	die Schreibweise von Zahlen (Stellenwertsystem) bildlich erfassen			
	Rechenregeln und -gesetze in Worte fassen			
	das Stellenwertsystem verstehen und verwenden			
	Rechenwege und -verfahren erläutern und begründen			
Mathematische Modelle verwenden	Aspekte der Umwelt durch Größen erfassen			
	Größeneinheiten an Beispielen erläutern			
Strukturen erkennen und beschreiben	Analogien in Operationen erkennen und beschreiben			
	Analogien in Operationen ausnützen			

Ausschnitt „Mathematisieren“ aus dem Lernbegleitbogen für das dritte Schuljahr

## 2.6 Mathematisieren: Schreibweisen und Verfahren

### Bemerkungen zu den Zielen im Lernbegleitbogen

Im Lernbuch sind die Module nach Sachkompetenzen geordnet. Die Methodenkompetenz „Sachverhalte übersetzen und darstellen“ wird dabei quer durch alle Inhalte hindurch immer wieder gefordert und gefördert.

#### Sachverhalte mathematisch ausdrücken

Zur Entwicklung der mathematischen Sprache stehen im dritten Schuljahr im Zentrum:

- **Zahlschreibweise:** Im Dezimal-Stellenwertsystem werden Zahlen aus Vielfachen von Zehner-potenzen zusammengesetzt – und beim Operieren wieder auseinander genommen. Dezimale Größen werden je nach Lage der „Einerstelle“ verschieden benannt.
- **Rechenverfahren:** Operationen mit größeren Zahlen werden in gleichartige Schritte zerlegt. „Halbschriftlich“ entwickeln die Kinder Verfahren und Schreibweisen. Vom Modell „Rechenbrett“ ausgehend lernen die Kinder die historischen Rechenverfahren (Algorithmen) kennen.

#### Beispielhafte Module:

- Welchen Wert hat ein Rechenstein? (Lernbuch 3, S. 10/11)
- Wie liest und schreibt man große Zahlen? (Lernbuch 3, S. 12/13)
- Was bedeuten Nullen in Zahlen?

(Lernbuch 3, S. 14/15)

- Wie viele Streichhölzer sind es? (Lernbuch 3, S. 24/25)
- Wie haben Rechenmeister addiert? (Lernbuch 3, S. 36/37)
- Wie haben Rechenmeister subtrahiert? (Lernbuch 3, S. 38/39)
- Wie kannst du schriftlich addieren? (Lernbuch 3, S. 40/41)
- Wie kannst du schriftlich subtrahieren? (Lernbuch 3, S. 42/43)
- Wie sehen deine Rechenwege aus? (Lernbuch 3, S. 44/45)
- In welchen Schritten rechnest du? (Lernbuch 3, S. 46/47)
- Rechnen in Schritten: Ist dir eine Zahl zu groß, zerlege sie! (Lernbuch 3, S. 66/67)

#### Mathematische Modelle verwenden

Ab dem dritten Schuljahr dient die Stellentafel als wichtigstes Hilfsmittel zum Verständnis von Zahlen, Rechenverfahren und Größen. Bei Unsicherheiten kann sie immer wieder hinzugezogen werden. Mit Längen und Gewichten werden die Verhältnisse in der Stellentafel illustriert.

#### Beispielhafte Module:

- Welchen Wert hat ein Rechenstein? (Lernbuch 3, S. 10/11)

- Wie viele Streichhölzer sind es?  
(Lernbuch 3, S. 24/25)
- Wie haben Rechenmeister addiert?  
(Lernbuch 3, S. 36/37)
- Wie haben Rechenmeister subtrahiert?  
(Lernbuch 3, S. 38/39)
- Wie kannst du schriftlich addieren?  
(Lernbuch 3, S. 40/41)
- Wie kannst du schriftlich subtrahieren?  
(Lernbuch 3, S. 42/43)
- Wie kannst du Längenmaße umwandeln?  
(Lernbuch 3, S. 74/75)
- Wie groß sind wir zusammen?  
(Lernbuch 3, S. 84/85)
- Umrechnen von Maßeinheiten mit Stellentafeln  
(Lernbuch 3, S. 90)

### **Strukturen erkennen und beschreiben**

Das Verständnis der Rechenverfahren beruht auf der Wahrnehmung von Analogien: Zahlen werden so zerlegt, dass die Rechnung auf Schritte des Einspluseins oder Einmaleins reduziert wird. Beim (halbschriftlichen) Rechnen in Schritten wird das noch deutlicher als bei den schriftlichen Verfahren. Im Unterricht ist es deshalb sinnvoll, vor dem Rechnen auf der Stellentafel das Rechnen in Schritten aus dem Lernbuch 2 (Lernbuch 2, S. 50–53) wieder aufzugreifen und fortzusetzen (Lernbuch 3, S. 46/47).

- In welchen Schritten rechnest du?  
(Lernbuch 3, S. 46/47)
- Rechnen in Schritten: Ist dir eine Zahl zu groß, zerlege sie!  
(Lernbuch 3, S. 66/67)
- Wie kannst du schriftlich addieren?  
(Lernbuch 3, S. 40/41)
- Wie kannst du schriftlich subtrahieren?  
(Lernbuch 3, S. 42/43)

<b>Problemlösen</b>	<b>Ich kann mit Schwierigkeiten und Problemen umgehen</b>	G	E	Z
Sachverhalte mathematisch ausdrücken	Lösungen durch operatives Verändern von Zahlenwerten finden			
	ein reales (physikalisches) Modell benutzen oder herstellen			
	Operationen in einfachere Schritte zerlegen			
	Auswahlmöglichkeiten durch Ausschluss verringern			
	nach bereits gelösten ähnlichen Problemen suchen			
Werkzeuge auswählen und einsetzen	Zahlen und Zwischenergebnisse notieren, halbschriftlich rechnen			
	Rechenregeln zur Vereinfachung einsetzen			
Durch Selbstkontrollen Sicherheit gewinnen	Überschlagsrechnung machen			
	verschiedene Rechenwege als Kontrolle nutzen			
	Fehler vergleichen und nach persönlichen Fehlermustern suchen			

Ausschnitt „Problemlösen“ aus dem Lernbegleitbogen für das dritte Schuljahr

## Problemlösen: Schrittweise vorgehen

### Bemerkungen zu den Zielen im Lernbegleitbogen

Ob ein Kind „mit Schwierigkeiten und Problemen umgehen“ kann, hängt weitgehend vom Vertrauen des Kindes in seine Fähigkeiten und vom förderlichen Klima in der Klasse und im Elternhaus zusammen. Das Kind muss sich darauf verlassen können, dass es bei Fehlern oder Missverständnissen nie bloßgestellt wird, dass erfolglose Versuche und Irrtümer als Selbstverständlichkeit zu seinem Lernen gehören.

Unabhängig von den Inhalten wird die Problemlösekompetenz durch „forschendes Lernen“ gefördert, dem der ganze ATLAS MATHEMATIK verpflichtet ist. Die Kinder genießen so viel Freiheit wie möglich und bekommen so viel Unterstützung wie nötig. Sie sollen herausgefordert, aber nicht überfordert werden.

### Problemlösestrategien auswählen und anwenden

#### Beispielhafte Module:

- In welchen Schritten rechnest du?  
(Lernbuch 3, S. 46/47)
- Wie sieht dein Kreuzzahlrätsel aus?  
(Lernbuch 3, S. 52/53)
- Wie viele Produkte findest du?  
(Lernbuch 3, S. 60/61)

- Welche Fliesenmuster gefallen dir am besten?  
(Lernbuch 3, S. 116/117)

### Werkzeuge auswählen und einsetzen

#### Beispielhafte Module:

- In welchen Schritten rechnest du?  
(Lernbuch 3, S. 46/47)

### Durch Selbstkontrollen Sicherheit gewinnen

#### Beispielhafte Module:

- Wie haben Rechenmeister addiert?  
(Lernbuch 3, S. 36/37)
- Wie haben Rechenmeister subtrahiert?  
(Lernbuch 3, S. 38/39)
- Wie kannst du schriftlich addieren?  
(Lernbuch 3, S. 40/41)
- Wie kannst du schriftlich subtrahieren?  
(Lernbuch 3, S. 42/43)

## Lesetipps

- Andresen, Ute: Das zweite Schuljahr. In der Schule leben, in der Schule lernen. Beltz Reihe Pädagogik, Weinheim 1998. 7. Aufl., 176 S., ISBN 3-407-25208-0.
- Andresen, Ute: So dumm sind sie nicht. Von der Würde der Kinder in der Schule. Beltz Taschenbuch, Weinheim 2002. 256 S., ISBN 3-407-22118-5.
- Baruk, Stella: Wie alt ist der Kapitän? Über den Irrtum in der Mathematik. Birkhäuser, Basel 1988. (Leider vergriffen, in vielen Bibliotheken aber noch vorhanden.)
- Dehaene, Stanislas: Der Zahlensinn. Oder Warum wir rechnen können. Birkhäuser, Basel 1999. 311 S., ISBN 3-7643-5960-9.
- Figus, Christel/Kraft, Gertrud: Hilf mir es selbst zu tun! Montessori-Pädagogik in der Regelschule. Auer, Donauwörth 2000. 7. Aufl., 136 S., ISBN 3-403-02467-9.
- Floer, Jürgen: Mathematik-Werkstatt. Lernmaterialien zum Rechnen und Entdecken. Beltz Praxis, Weinheim 1996, 142 S., ISBN 3-407-62198-1.
- Hehnke, Margarete: Mathematik zum Anfassen. 2. Jahrgangsstufe. Materialien für einen handlungsorientierten und differenzierenden Unterricht, 2 Bde. Auer, Donauwörth 1998. Addition und Subtraktion. 200 S., ISBN 3-403-02620-5. Multiplikation und Division. 160 S., ISBN 3-403-02621-3.
- Hengartner, Elmar (Hrsg.): Mit Kindern lernen. Standorte und Denkwege im Mathematikunterricht. Klett, Zug 1999. 163 S., ISBN 3-12-199013-6.
- Lorenz, Jens Holger: Kinder entdecken die Mathematik. Westermann Praxis Pädagogik, Braunschweig 1998. 117 S., ISBN 3-14-162029-6.
- Lorenz, Jens Holger/Radatz, Hendrik: Handbuch des Förderns im Mathematikunterricht. Schroedel, Hannover 1993. 241 S., ISBN 3-507-34044-5.
- Müller, Gerhard/Wittmann, Erich Chr.: Der Mathematikunterricht in der Primarstufe. Vieweg, Braunschweig 1977. (Leider vergriffen, in vielen Bibliotheken aber noch vorhanden.)
- Padberg, Friedhelm: Didaktik der Arithmetik für Lehrerbildung und Lehrerfortbildung. Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg 2005. 3. Aufl., 350 S., ISBN 3-8274-0993-4.
- Radatz, Hendrik/Rickmeyer, Knut: Handbuch für den Geometrieunterricht an Grundschulen. Schroedel, Hannover 1991. 185 S., ISBN 3-507-34040-2.
- Radatz, Hendrik/Schipper, Wilhelm: Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen. Schroedel, Hannover 1983. 240 S., ISBN 3-507-34036-4.
- Radatz, Hendrik/Schipper, Wilhelm/Dröge, Rotraud/Ebeling, Astrid: Handbuch für den Mathematikunterricht 2. Schuljahr. Anregungen zur Unterrichtspraxis. Schroedel, Hannover 2002. 280 S., ISBN 3-507-34051-8.
- Ruf, Urs/Gallin, Peter: ich du wir 1 2 3. Sprache und Mathematik. Lehrmittelverlag des Kantons Zürich, Zürich 1995. 224 S., ISBN: 3-906718-02-6.
- Scherer, Petra: Entdeckendes Lernen im Mathematikunterricht der Schule für Lernbehinderte. Theoretische Grundlegung und evaluierte unterrichtspraktische Erprobung. Dissertation. Universitätsverlag Winter, Heidelberg 1995. 405 S., ISBN 3-8253-8232-X.
- Schütte, Sybille: Mathematiklernen in Sinnzusammenhängen. Probleme und Perspektiven der Grundschulmathematik heute. Klett Forum Grundschule, Stuttgart 1996. 131 S., ISBN 3-12-196202-7.
- Spiegel, Hartmut/Selter, Christoph: Kinder & Mathematik. Was Erwachsene wissen sollten. Kallmeyer, Seelze 2003. 112 S., ISBN 3-7800-5238-5.
- Wittmann, Erich Chr./Müller, Gerhard N.: Handbuch produktiver Rechenübungen. Band 1: Vom Einspluseins zum Einmaleins. Klett, Stuttgart 2000. 2. Aufl., 174 S., ISBN 3-12-199091-8.